

# Table des matières

## I. Espaces projectifs

1. Généralités . . . . .	1
2. Définition d'un espace projectif . . . . .	2
3. Dualité dans les espaces projectifs . . . . .	5
4. Les homographies . . . . .	6
5. Exercices . . . . .	23

## II. Complétion projective d'un espace affine

1. Définition . . . . .	27
2. Une application typique . . . . .	30
3. Passage par des abscisses . . . . .	31
4. Changements de coordonnées . . . . .	33
5. Exercices . . . . .	34

## III. Complétion projective des espaces affines euclidiens

1. Éléments métriques vectoriels complexes . . . . .	37
2. Éléments métriques dans le complexifié du plan affine euclidien . . . . .	39
3. Exercices . . . . .	41

## IV. L'espace des formes quadratiques sur $\mathbf{E}$

1. Définitions . . . . .	45
2. Orthogonalité . . . . .	47
3. La réduction des formes quadratiques . . . . .	47

## V. Propriétés projectives des coniques

1. Les coniques du plan projectif . . . . .	53
2. Propriétés projectives des coniques propres . . . . .	60
3. L'aspect tangentiel des coniques . . . . .	67
4. Génération des coniques par homographies . . . . .	70
5. Exercices . . . . .	72

<b>VI. Classification affine des coniques réelles.</b>	
1. Introduction . . . . .	77
2. Classification affine des coniques réelles . . . . .	77
3. Propriétés affines des coniques à centre . . . . .	80
4. Tangentes et asymptotes à une conique à centre . . . . .	85
5. Propriétés affines de la parabole . . . . .	87
6. Exercices . . . . .	89
<b>VII. La classification métrique des coniques</b>	
1. Préliminaire . . . . .	91
2. Propriétés focales communes aux coniques propres . . . . .	92
3. Étude métrique de la parabole . . . . .	97
4. Propriétés bifocales des coniques à centre . . . . .	102
5. Étude des propriétés métriques de l'ellipse . . . . .	105
6. Propriétés métriques de l'hyperbole . . . . .	110
7. Exercices . . . . .	117
<b>VIII. Diverses applications</b>	
1. Coniques tangentielles et homographies . . . . .	121
2. Les faisceaux de coniques . . . . .	125
3. Les homographies sur les coniques . . . . .	144
4. Exercices . . . . .	155
<b>IX. Quelques constructions</b>	
1. Construction de la polaire d'un point . . . . .	161
2. Construction de l'intersection d'une droite et d'une conique . . . . .	164
3. Et pour quelques dollars de plus . . . . .	165
<b>X. Les sections coniques</b>	
1. Les cônes de révolution . . . . .	171
2. Cônes et coniques . . . . .	172
3. L'aspect métrique . . . . .	174
4. La réciproque . . . . .	177
5. Exercices . . . . .	180
<b>XI. Et l'espace alors ?</b>	
1. Introduction . . . . .	183
2. Généralités . . . . .	183
3. Étude des quadriques propres . . . . .	186
4. La classification projective des quadriques complexes . . . . .	195
5. La classification projective des quadriques réelles . . . . .	197
6. La classification affine des quadriques réelles . . . . .	199
7. Aperçu sur les faisceaux de quadriques . . . . .	205

<b>A. Espaces affines et notions associées</b>	
1. Espaces affines . . . . .	209
2. Espace vectoriel adjoint d'un espace affine . . . . .	228
3. Exercices . . . . .	233
<b>B. Complexifié d'un espace vectoriel ou affine réel</b>	
1. Le complexifié d'un espace vectoriel . . . . .	239
2. Le complexifié d'un espace affine réel . . . . .	241
3. Exercices . . . . .	242
<b>C. Formes bilinéaires</b>	
1. L'espace des formes bilinéaires sur $E$ . . . . .	245
2. Orthogonalité relativement à une forme bilinéaire . . . . .	247
<b>D. Espaces euclidiens</b>	
1. Les espaces vectoriels euclidiens . . . . .	251
2. Le groupe orthogonal . . . . .	255
3. La notion d'angle orienté . . . . .	262
4. Exercices . . . . .	267
<b>E. Le plan affine euclidien</b>	
1. L'alignement . . . . .	269
2. Les angles . . . . .	270
3. Les isométries . . . . .	270
4. Les similitudes . . . . .	275
5. Complément sur les cercles . . . . .	282
6. Cercles orthogonaux . . . . .	290
<b>F. À propos d'un théorème</b>	
<b>G. Indications et solutions</b>	
1. Chapitre I . . . . .	295
2. Chapitre II . . . . .	298
3. Chapitre III . . . . .	302
4. Chapitre V . . . . .	304
5. Chapitre VI . . . . .	312
6. Chapitre VII . . . . .	314
7. Chapitre VIII . . . . .	323
<b>H. Problème de concours général</b>	
1. Problème de concours général 1961 . . . . .	337
<b>I. Concours d'entrée 2006 à l'École Centrale</b>	
<b>Bibliographie</b>	<b>347</b>
<b>Notations</b>	<b>349</b>
<b>Index</b>	<b>351</b>