

PHYSIQUE

MPSI-MP2I

MÉTHODES & EXERCICES

Anne-Emmanuelle Badel, Emmanuel Angot

PHYSIQUE

MPSI-MP2I

MÉTHODES & EXERCICES

3^e édition

l'intégrale

DUNOD

Conception et création de couverture : Hokus Pokus Créations

<p>Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.</p> <p>Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements</p>	<p>d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.</p> <p>Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).</p>
--	--



© Dunod, 2021

11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff

www.dunod.com

ISBN 978-2-10-082106-8

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

CHAPITRE 1	LOIS DE SNELL-DESCARTES - RÉFLEXION ET RÉFRACTION	1
	Méthodes à retenir	2
	énoncés des exercices	9
	Du mal à démarrer ?	22
	Corrigés des exercices	24
CHAPITRE 2	LENTILLE MINCE SPHÉRIQUE	38
	Méthodes à retenir	39
	énoncés des exercices	42
	Du mal à démarrer ?	48
	Corrigés des exercices	49
CHAPITRE 3	MODÉLISATION DE SYSTÈMES OPTIQUES PAR DES LENTILLES	57
	Méthodes à retenir	58
	énoncés des exercices	62
	Du mal à démarrer ?	76
	Corrigés des exercices	78
CHAPITRE 4	CIRCUITS LINÉAIRES EN RÉGIME CONTINU	93
	Méthodes à retenir	94
	énoncés des exercices	102
	Du mal à démarrer ?	111
	Corrigés des exercices	112

CHAPITRE 5	RÉGIME TRANSITOIRE DU PREMIER ORDRE	122
	Méthodes à retenir	123
	énoncés des exercices	128
	Du mal à démarrer ?	140
	Corrigés des exercices	142
CHAPITRE 6	RÉGIME TRANSITOIRE DU SECOND ORDRE	158
	Méthodes à retenir	159
	énoncés des exercices	167
	Du mal à démarrer ?	176
	Corrigés des exercices	178
CHAPITRE 7	PROPAGATION D'UN SIGNAL - NOTION D'ONDES	188
	Méthodes à retenir	189
	énoncés des exercices	201
	Du mal à démarrer ?	212
	Corrigés des exercices	214
CHAPITRE 8	RÉGIME SINUSOÏDAL FORCÉ - RÉSONANCE	225
	Méthodes à retenir	226
	énoncés des exercices	230
	Du mal à démarrer ?	244
	Corrigés des exercices	245
CHAPITRE 9	FILTRAGE LINÉAIRE	260
	Méthodes à retenir	261
	énoncés des exercices	268
	Du mal à démarrer ?	288
	Corrigés des exercices	290

CHAPITRE 10	CINÉMATIQUE	313
	Méthodes à retenir	314
	énoncés des exercices	321
	Du mal à démarrer ?	330
	Corrigés des exercices	332
CHAPITRE 11	LOIS DE NEWTON	342
	Méthodes à retenir	343
	énoncés des exercices	348
	Du mal à démarrer ?	359
	Corrigés des exercices	360
CHAPITRE 12	OSCILLATEURS ET LOIS DE NEWTON	371
	Méthodes à retenir	372
	énoncés des exercices	378
	Du mal à démarrer ?	394
	Corrigés des exercices	396
CHAPITRE 13	ENERGIE MÉCANIQUE	409
	Méthodes à retenir	410
	énoncés des exercices	417
	Du mal à démarrer ?	432
	Corrigés des exercices	434
CHAPITRE 14	MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGÉE DANS UN CHAMP ÉLECTRIQUE ET/OU MAGNÉTIQUE	451
	Méthodes à retenir	452
	énoncés des exercices	457
	Du mal à démarrer ?	463
	Corrigés des exercices	464

CHAPITRE 15	MOMENT CINÉTIQUE - SOLIDE EN ROTATION AUTOUR D'UN AXE FIXE	471
Méthodes à retenir		472
énoncés des exercices		482
Du mal à démarrer ?		495
Corrigés des exercices		497
CHAPITRE 16	FORCES CENTRALES CONSERVATIVES	511
Méthodes à retenir		512
énoncés des exercices		518
Du mal à démarrer ?		533
Corrigés des exercices		536
CHAPITRE 17	ETATS DE LA MATIÈRE	550
Méthodes à retenir		551
énoncés des exercices		562
Du mal à démarrer ?		571
Corrigés des exercices		572
CHAPITRE 18	PREMIER ET SECOND PRINCIPES DE LA THERMODYNAMIQUE	581
Méthodes à retenir		582
énoncés des exercices		596
Du mal à démarrer ?		613
Corrigés des exercices		616
CHAPITRE 19	MACHINES THERMIQUES	638
Méthodes à retenir		639
énoncés des exercices		641
Du mal à démarrer ?		654
Corrigés des exercices		656

CHAPITRE 20 **CHAMP MAGNÉTIQUE - FORCES DE LAPLACE - INDUCTION** **670**

Méthodes à retenir	671
énoncés des exercices	689
Du mal à démarrer ?	708
Corrigés des exercices	710

CHAPITRE 21 **INTRODUCTION AU MONDE QUANTIQUE** **733**

Méthodes à retenir	734
énoncés des exercices	737
Du mal à démarrer ?	745
Corrigés des exercices	746

CHAPITRE *1*

Lois de Snell-Descartes - Réflexion et réfraction

Thèmes abordés dans les exercices

- ◇ Sources lumineuses.
- ◇ Indice optique.
- ◇ Approximation de l'optique géométrique.
- ◇ Notion de rayon lumineux.
- ◇ Réflexion des rayons lumineux.
- ◇ Réfraction des rayons lumineux.
- ◇ Réflexion totale.
- ◇ Formation d'une image.
- ◇ Fibre optique à gradient d'indice.

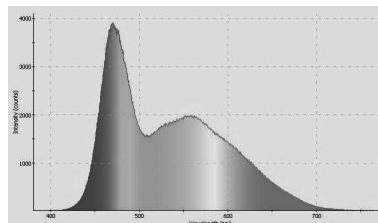
Points essentiels du cours pour la résolution des exercices

- ◇ Utiliser les lois de Snell-Descartes relatives à la réflexion.
- ◇ Utiliser les lois de Snell-Descartes relatives à la réfraction.
- ◇ Définir la notion de stigmatisme.
- ◇ Énoncer les conditions permettant de satisfaire le stigmatisme approché.
- ◇ Définir la notion d'aplanétisme.
- ◇ Énoncer les conditions permettant de satisfaire l'aplanétisme approché.
- ◇ Connaître les conditions de Gauss.
- ◇ Établir les conditions de réflexion totale.
- ◇ Exprimer l'angle de réfraction limite.
- ◇ Exprimer le cône d'acceptance d'une fibre optique à saut d'indice.
- ◇ Établir la dispersion intermodale d'une fibre à saut d'indice.

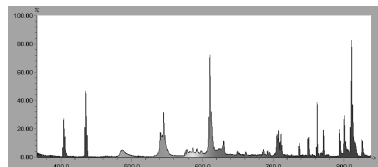
Les méthodes à retenir

Distinguer les différents types de sources lumineuses. Caractériser une source lumineuse par son spectre.

- Le spectre d'une source lumineuse est la représentation graphique de l'intensité lumineuse portée en ordonnée en fonction des différentes longueurs d'onde qui composent cette lumière et qu'on porte en abscisses.
- En ce qui concerne les sources lumineuses et leur spectre d'émission, on distingue deux grandes catégories :
 - a) les sources émettant un spectre continu de lumière dans un domaine assez large de longueurs d'onde λ sans coupure : c'est le cas des lampes à incandescence comme celles à filament de tungstène, des sources de lumière thermiques comme le Soleil ou plus généralement de tout corps à la température T ou des diodes électroluminescentes (DEL ou LED pour light-emitting diode en anglais) blanches. On observe :



- b) les sources émettant un spectre discontinu à savoir un ensemble de raies spectrales ou de bandes spectrales à des longueurs d'onde bien fixées : c'est le cas des lampes spectrales au sodium (vapeur de Na) comme celles utilisées dans l'éclairage des rues ou au mercure (vapeur de Hg) utilisées en travaux pratiques. Ces raies sont caractéristiques d'un élément chimique. Certaines lampes à économie d'énergie ont également un spectre discontinu :



- Il est possible de combiner les spectres de raies et les spectres continus : c'est le cas des tubes à néon ou des tubes à fluorescence qui sont en fait des tubes à argon.
- On peut noter également une source lumineuse particulière aux propriétés exceptionnelles : le Laser (*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*) qui possède une longueur d'onde très précise avec une raie spectrale très fine, une forte intensité et un faisceau très peu divergent.

Définir l'indice de réfraction d'un milieu. Relier la longueur d'onde dans le vide et celle dans le milieu.

- Dans un milieu transparent, l'onde lumineuse monochromatique ne se propage pas à la vitesse $c_0 = 3,00.10^8 \text{ m.s}^{-1}$, vitesse de la lumière dans le vide mais à une vitesse $c = \frac{c_0}{n} < c_0$. On appelle n l'indice du milieu.
- Les indices de milieux usuels comme l'eau et le verre sont respectivement d'environ $n_{\text{eau}} = 1,3$ et $n_{\text{verre}} = 1,5$. Celui l'air est pris égal à celui du vide soit $n_{\text{air}} = 1,0$. Mais l'indice dépend généralement de la température (ce qui permet par exemple d'expliquer les mirages optiques) et de la longueur d'onde de la radiation lumineuse qui pénètre dans le milieu. Cf. méthode suivante.
- La fréquence d'une onde lumineuse, reflet de son énergie, est une constante : c'est elle qui fixe la couleur et non la longueur d'onde. Si la vitesse est modifiée, la longueur d'onde l'est aussi : elle est divisée par n lors de l'entrée dans le milieu.

Exemple :

Une onde lumineuse de longueur d'onde $\lambda = 470 \text{ nm}$ de couleur bleue dans le vide pénètre dans l'eau d'indice $n = 1,33$. Sa couleur reste bleue mais la longueur d'onde dans l'eau de l'onde est désormais $\lambda' = \frac{\lambda}{n} = 353 \text{ nm}$. Sa vitesse est $c = \frac{c_0}{n} = 2,26.10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

↪ **Exercice 1.1, 1.3.**

Identifier le caractère dispersif ou non d'un milieu.

- Un milieu dont l'indice $n(\lambda)$ dépend de la longueur d'onde est dit **dispersif**. Cette dépendance entraîne une décomposition de la lumière en fonction de la longueur d'onde.
- La dispersion d'un milieu permet d'expliquer des phénomènes comme la décomposition de la lumière en sortie d'un prisme ou encore l'existence des arc-en-ciel.
- La dépendance de l'indice d'un milieu dispersif avec la longueur d'onde est souvent donnée par la relation de Cauchy : $n = n_0 + \frac{A}{\lambda^2}$ où n_0 et A sont des constantes.

Exemple :

L'indice de l'eau vérifie la loi de Cauchy avec $n_0 = 1,320$ et $A = 2,376.10^{-15} \text{ m}^2$. Par application de la relation de Cauchy $n = n_0 + \frac{A}{\lambda^2}$, on en déduit la valeur de l'indice de réfraction de l'eau $n = 1,333$ pour la raie bleue du mercure $\lambda = 435,8 \text{ nm}$.

↪ **Exercice 1.2, 1.3, 1.15, 1.18, 1.21.**

Définir le modèle de l'optique géométrique et ses limites.

- Dans ce chapitre, on se place dans le cadre de l'approximation de l'optique géométrique qui consiste à considérer la lumière comme un ensemble de rayons lumineux indépendants se propageant en ligne droite et n'interférant pas entre eux.
- Dans cette approximation, on affirme le principe du retour inverse de la lumière : si la lumière emprunte un chemin pour aller d'un point A à un point B, elle empruntera le même chemin pour aller de B vers A. Le trajet suivi par la lumière est indépendant du sens de propagation.
- La diffraction de la lumière ou les interférences sont deux limites à l'approximation de l'optique géométrique.
 - ★ Le premier point sera détaillé avec les interférences dans le chapitre sur la propagation d'un signal.
 - ★ Pour le second, le phénomène d'interférences est observé lorsque des ondes lumineuses arrivent sur une ouverture dont la largeur a est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde. On détecte alors les ondes dans des zones *a priori* masquées par l'obstacle. Ce point sera repris dans le chapitre sur la propagation d'un signal.

Exemple 1 :

La raie spectrale de couleur verte du mercure de fréquence $f = 5,49 \cdot 10^{14}$ Hz se propageant à la vitesse de la lumière dans le vide $c = 3,00 \cdot 10^8$ m.s⁻¹ correspond à une longueur d'onde $\lambda = \frac{c}{f} = 546$ nm. La diffraction intervient pour des trous dont la taille est de l'ordre de 0,6 μ m.

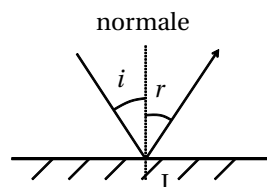
Par conséquent, le cadre de l'optique géométrique peut s'appliquer à des ouvertures dont les tailles caractéristiques a sont très grandes devant la longueur d'onde λ de la lumière.

Exemple 2 :

Dans un microscope optique, la limitation en grossissement est limitée par la diffraction de l'objet qu'on regarde. De petits organismes comme les virus de taille comprise entre 10 et 400 nm sont inférieurs à la longueur d'onde de la lumière visible et ne peuvent être vus au microscope optique traditionnel. On pourra par contre observer des bactéries qui ont une taille de plusieurs micromètres.

Utiliser les lois de la réflexion.

- Le plan d'incidence est le plan contenant le rayon incident et la normale au dioptre ou au miroir au point d'incidence I.
- Les lois de Snell-Descartes relatives à la réflexion sont au nombre de trois :
 - a) le rayon réfléchi appartient au plan d'incidence,
 - b) il traverse la normale,
 - c) les angles d'incidence i et de réflexion r vérifient $r = i$.

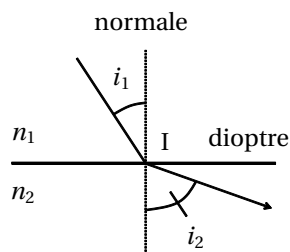


↪ **Exercices 1.4, 1.5, 1.7, 1.8, 1.9.**

Utiliser les lois de la réfraction.

Les lois de Snell-Descartes relatives à la réfraction sont au nombre de trois :

- a) le rayon réfracté appartient au plan d'incidence,
- b) il traverse la normale,
- c) les angles d'incidence i_1 du milieu d'indice n_1 et de réfraction i_2 du milieu d'indice n_2 vérifient $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.



Exemple :

Dans l'exemple précédent, on a $i_2 > i_1$ soit $\sin i_2 > \sin i_1$ puisque les angles sont aigus. Or $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ d'où $\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1 > \sin i_1$ soit $n_1 > n_2$. Le rayon lumineux rentre dans un milieu d'indice plus petit c'est-à-dire moins réfringent, il est dévié du côté du dioptre et non de la normale.

↪ **Exercices 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 1.10, 1.11, 1.12, 1.13, 1.14, 1.15, 1.16, 1.17, 1.18, 1.19, 1.20, 1.21.**

Utiliser la réflexion totale

- Dans le cadre de la réfraction sur un dioptre, on a toujours également réflexion même si celle-ci est peu intense, l'essentiel de l'énergie étant contenue dans le rayon réfracté.
- Si la lumière pénètre dans un milieu plus réfringent ($n_2 > n_1$), le rayon réfracté existe toujours.
- Si la lumière pénètre dans un milieu moins réfringent ($n_2 < n_1$), le rayon réfracté n'existe que si $\sin i_2 < 1$ soit pour $\frac{n_1}{n_2} \sin i_1 < 1$ ou $\sin i_1 < \frac{n_2}{n_1}$, ce qui correspond à $i_1 < i_{lim} = \text{Arcsin} \frac{n_2}{n_1}$. Dans le cas contraire, $i_1 > i_{lim}$, la loi de Descartes ne peut être vérifiée et le rayon réfracté disparaît : toute l'énergie part dans le rayon réfléchi. On parle de réflexion totale.
- La réflexion totale a de nombreuses applications : fibre optique, endoscope médical, fontaine lumineuse, mirages optiques, détecteur automatique de pluie sur les pare-brise, taille des diamants, périscope...

Exemple :

Un rayon lumineux se propageant dans l'eau arrive à l'interface eau - air avec un angle d'incidence $i_1 = 60^\circ$. Sachant que $n_{eau} = 1,33$ et $n_{air} = 1,00$, on en déduit $i_{lim} = \text{Arcsin} \frac{1,00}{1,33} = 48,8^\circ$. On a $i_1 > i_{lim}$ donc on assiste au phénomène de réflexion totale : le rayon ne ressort pas de l'eau.

↪ **Exercices 1.8, 1.9, 1.10, 1.11, 1.12, 1.13, 1.14, 1.15, 1.16, 1.21.**

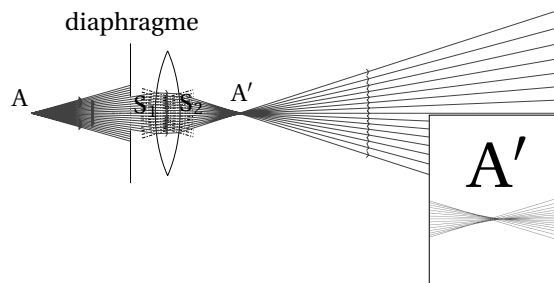
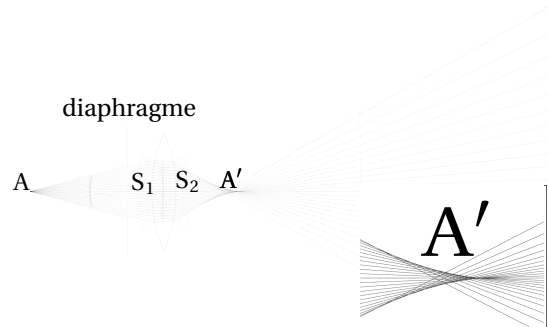
Définir la notion de stigmatisme et d'aplanétisme. Enoncer leurs conditions d'application.

- On a stigmatisme rigoureux pour un couple de points (A, A') par un système si tout rayon passant par A passe par A' après avoir traversé le système. C'est la condition pour que A' soit l'image de A par le système. L'image d'un point est un point. Le miroir plan est un système stigmatique rigoureux.
- Un système optique est dit rigoureusement aplanétique si l'image d'un objet perpendiculaire à l'axe optique est également perpendiculaire à l'axe optique.
- Les systèmes optiques sont tous constitués de miroirs ou de dioptres (les lentilles utilisent par exemple deux réfractions). Ils ne sont pas forcément rigoureusement stigmatiques et aplanétiques, ce qui conduit à des images non ponctuelles sous formes de tâches. L'image est déformée ou floue, elle présente des aberrations géométriques.

- Les conditions de Gauss permettent un stigmatisme et un apla-
nétisme approchés suffisants pour former de bonnes images du
fait de la nature granulaire et non ponctuelle des détecteurs op-
tiques. Elles nécessitent des rayons peu inclinés par rapport à l'axe
optique, des rayons proches de l'axe optique et des angles d'inci-
dence faibles : on parle de rayons paraxiaux. A noter que deux des
trois conditions précédentes suffisent (la troisième est une consé-
quence des deux autres). Cependant ces conditions de Gauss n'em-
pêchent pas les aberrations chromatiques à savoir une irisation de
l'image.
- Dans ces conditions, les angles sont faibles souvent inférieurs à
une dizaine de degrés et on peut approximer les sinus et les tan-
gentes par les angles soit $\tan i \approx i$ et $\sin i \approx i$ avec les angles en ra-
dians !

Exemple :

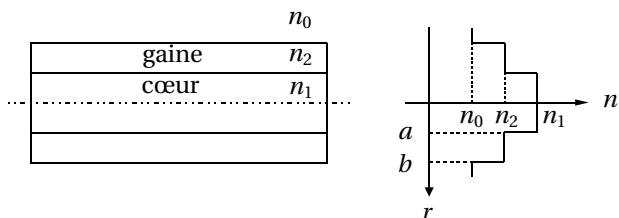
Sur les deux exemples suivants concernant une lentille convergente,
nécessitant deux réfraction air/verre et verre/air, on peut voir l'in-
fluence de l'inclinaison des rayons sur l'obtention d'une image pon-
ctuelle ou non :



↪ **Exercices 1.19, 1.20, 1.21.**

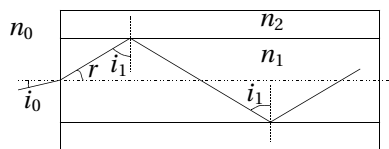
Décrire le principe de fonctionnement d'une fibre optique à saut d'indice. Exprimer son cône d'acceptance. Etablir sa dispersion intermodale.

- Une fibre optique à saut d'indice est constituée d'un cœur cylindrique de rayon a et d'indice n_1 entouré d'une gaine de rayon extérieur b et d'indice $n_2 < n_1$:



La transmission s'effectue par réflexion totale sur la gaine des rayons à l'intérieur du cœur.

- La condition de réflexion totale s'écrit $\frac{n_1}{n_2} \sin i_1 > 1$ ou encore $\sin i_1 > \sin i_{1,max} = \frac{n_2}{n_1}$.



Cela se traduit par un angle i_0 à l'entrée dans la fibre appelé *angle d'acceptance* tel que $n_0 \sin i_0 = n_1 \sin r = n_1 \sin \left(\frac{\pi}{2} - i_1 \right) = n_1 \cos i_1$.

La traduction de la condition de réflexion totale à l'intérieur du cœur conduit à $\cos i_1 = \sqrt{1 - \sin^2 i_1} < \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_1}$, autrement dit les rayons transmis par la fibre sont ceux situés à l'intérieur d'un cône

d'acceptance d'angle au sommet $i_{0,max} = \text{Arcsin} \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_0}$.

- Dans une fibre optique à saut d'indice, on distingue différents modes en fonction de la distance parcourue dans la fibre. Le mode fondamental est celui qui se propage le long de l'axe de la fibre et parcourt une distance égale à L la longueur de la fibre. Le mode le plus élevé correspond à la distance la plus grande parcourue dans la fibre, ce qui correspond à un angle $r_{max} = \frac{\pi}{2} - i_{1,max}$ où $i_{1,max}$ est l'angle de réfraction limite obtenu précédemment. On a donc $\cos r_{max} = \sin i_{1,max}$. La distance parcourue d vérifie $L = d \cos r_{max}$. Le mode fondamental traverse la fibre optique de longueur L en un temps $t_1 = \frac{n_1 L}{c}$ et le mode le plus élevé en un temps $t_2 = \frac{n_1 d}{c}$ soit $t_2 = \frac{n_1 L}{c \cos r_{max}}$ et un écart entre les deux $\Delta t = \frac{n_1 L}{c} \left(\frac{1}{\cos r_{max}} - 1 \right)$ ou $\Delta t = \frac{n_1 L (n_1 - n_2)}{n_2 c}$.

↔ Exercice 1.13.

Énoncés des exercices

1.1

Indice du sulfure de carbone

La radiation émise par une lampe au sodium de longueur d'onde dans le vide de 590 nm présente une longueur d'onde dans le sulfure de carbone de 369 nm.

- Déterminer la fréquence de cette radiation.
- En déduire sa vitesse de propagation dans le sulfure de carbone.
- Calculer l'indice du sulfure de carbone de deux manières.

1.2

Indice de réfraction et loi de Cauchy

- L'indice de l'eau vérifie la relation de Cauchy $n = n_0 + \frac{A}{\lambda^2}$ avec $n_0 = 1,320$ et $A = 2,376 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$. Calculer les valeurs de l'indice de l'eau pour les raies du mercure :

couleur	violet	bleu	vert	jaune orangé	jaune orangé
λ (nm)	404,7	435,8	546,1	577,0	579,1

- Pour un verre de type flint, on obtient les valeurs suivantes d'indice pour des longueurs d'onde bleu et rouge :

couleur	bleu	rouge
λ (nm)	486,1	656,3
n	1,674	1,654

- En admettant que l'indice de ce matériau suit la loi de Cauchy, déterminer les valeurs des constantes n_0 et A .
- Pour une longueur d'onde jaune $\lambda = 589,3 \text{ nm}$, on mesure $n = 1,661$. Que peut-on en conclure ?

1.3

Dispersion de la lumière par un verre

Un laser émet dans l'air une radiation lumineuse monochromatique rouge de fréquence $f = 4,41 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$. On rappelle que l'indice optique de l'air est $n_{\text{air}} = 1,00$ et la vitesse de la lumière dans le vide $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

- Calculer la longueur d'onde λ associée à cette lumière dans l'air.
- Dans le verre d'indice optique $n = 1,51$, que devient la longueur d'onde de la radiation ? Quelle couleur prend alors le faisceau ?
- On envoie maintenant un faisceau de lumière blanche depuis l'air sur du verre avec un angle d'incidence $i = 40,0^\circ$. Le verre étant un milieu dispersif, son indice obéit à la loi de Cauchy $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$ en notant λ la longueur d'onde de la lumière dans le vide et avec les constantes $A = 1,504$ et $B = 4,188 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$. Calculer l'angle de réfraction r pour un rayon dans le bleu ($\lambda_b = 400 \text{ nm}$) puis pour un rayon dans le rouge ($\lambda_r = 800 \text{ nm}$).
- Quelle est la couleur la plus déviée ?



1.4

Images par un miroir plan

Un faisceau lumineux arrive perpendiculairement à un miroir plan.

- a) Dans quelle direction est-il réfléchi ?
- b) Une source ponctuelle émet deux rayons l'un arrivant avec un angle de 30° par rapport à la surface du miroir et l'autre de 50° . Quels sont les angles de réflexion des deux rayons réfléchis ? Quelles sont leurs déviations ?
- c) On éclaire un miroir plan placé à l'horizontale par un faisceau parallèle incliné de 36° par rapport à la verticale. On place un écran perpendiculairement au plan du miroir à une distance de 1,50 m du point d'incidence. Quelle est la hauteur minimale que doit avoir l'écran pour observer l'image de la source sur sa surface ?



1.5

S'observer dans un miroir

Une personne se trouve à une distance $d = 1,0$ m d'un miroir plan.

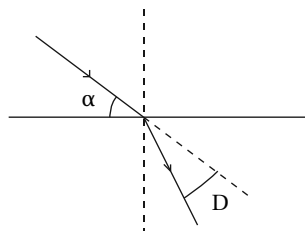
- a) A quelle distance d' du miroir se trouve son image ?
- b) La personne recule d'une distance $\ell = 50$ cm. A quelle distance de la personne se trouve sa nouvelle image ?
- c) En déduire le déplacement de l'image par rapport à la personne.
- d) Quelle est la taille de l'image ? Dépend-elle de la distance au miroir à laquelle la personne se place ?



1.6

Indice de réfraction d'un liquide

Un rayon lumineux arrive sur la surface libre horizontale d'un liquide au-dessus duquel se trouve de l'air. L'angle entre le rayon incident et la surface du liquide est $\alpha = 56^\circ$ et la déviation entre le rayon incident et le rayon réfracté est $D = 13,5^\circ$. Déterminer l'indice du liquide.

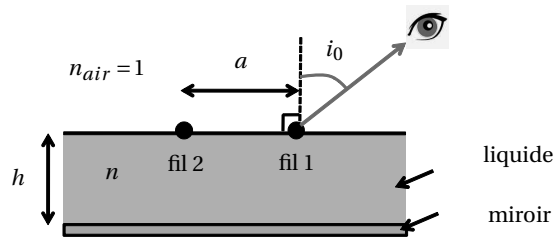


1.7

Mesure de l'indice d'un liquide

Deux fils parallèles et distants de a sont maintenus parallèles à la surface d'un liquide d'indice n . Le liquide est placé dans un récipient dont le fond comporte un miroir plan. La hauteur h de liquide au-dessus du miroir est réglable.

On observe l'un des fils sous une incidence i_0 et on règle la hauteur h de liquide de façon à ce que l'image du second fil par le système formé du miroir et du liquide coïncide avec le premier fil.

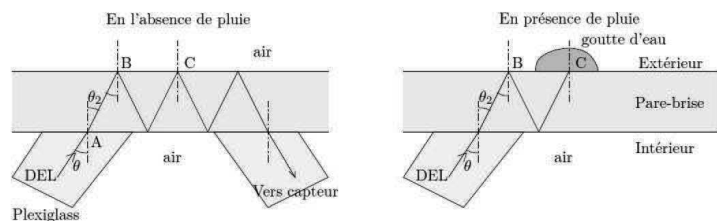


- Tracer le trajet du rayon issu du second fil qui ressort en étant confondu avec le rayon indiqué sur le schéma, ce rayon subit une réflexion sur le miroir et une réfraction à l'interface entre le liquide et l'air. On indiquera tous les angles pertinents.
- Exprimer alors l'indice n du liquide sous la forme $n = \sin i_0 \sqrt{1 + K^2}$ avec K à exprimer en fonction de a et h . Faire l'application numérique pour $i_0 = 30^\circ$ si $a = 8,0$ cm, on doit alors remplir la cuve sur une hauteur $h = 24$ cm.

1.8

Détecteur de pluie (d'après ATS)

De nombreux dispositifs d'aide à la conduite sont apparus ces dernières années, comme par exemple la détection automatique de pluie qui commande la mise en route des essuie-glaces. Disposé à l'intérieur du véhicule, une diode électroluminescente DEL projette un faisceau lumineux sur le pare-brise. Un capteur reçoit et mesure en permanence la lumière réfléchi. Plus il y a d'eau sur la vitre, moindre est la réflexion. Le capteur de pluie pilote ainsi l'essuie-glace en fonction de la quantité d'eau détectée et sélectionne automatiquement la vitesse d'essuyage la plus efficace.



Les rayons lumineux émis par la diode se propagent jusqu'au pare-brise dans du plexiglas d'indice optique $n_p = 1,50$. Les rayons sont dirigés vers le pare-brise avec un angle d'incidence de $\theta = 50^\circ$. On supposera que le pare-brise est en verre d'indice optique $n_v = 1,55$. L'indice optique de l'eau est $n_e = 1,33$ et celui de l'air est $n_a = 1,00$.

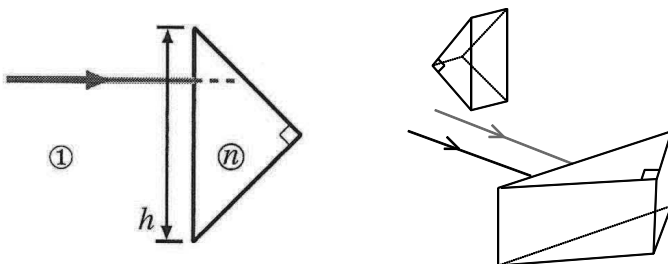
- Calculer la valeur de θ_2 l'angle de réfraction au point A.
- En l'absence de pluie, existe-t-il un rayon réfracté au point B ou au point C ? Justifier soigneusement votre réponse.
- En présence d'une goutte de pluie sur le pare-brise, existe-t-il un rayon réfracté au point C ? Justifier.
- Expliquer le fonctionnement du détecteur automatique de pluie.



1.9

Redresseur à prismes (d'après CAPES)

Dans une paire de jumelles, on insère un dispositif redresseur appelé *véhicule* entre l'objectif et l'oculaire. Il peut s'agir d'un système de lentilles ou de prismes comme celui inventé par Ignazio Porro à la fin du XIX^{ème} siècle.



Sans dispositif redresseur, l'image serait renversée. La présence d'un redresseur permet d'avoir une image droite comme c'est le cas par exemple avec une lunette de Galilée.

- Soit un prisme à base triangle isocèle rectangle représenté sur la première figure. Un rayon lumineux arrive sous incidence normale sur la face correspondant à l'hypothénuse. Tracer le parcours de ce rayon lumineux successivement lorsqu'il est réfracté sur les surfaces du prisme puis lorsqu'il est réfléchi.
- Dans le cas de la réflexion totale, montrer que la distance parcourue dans le prisme est h , la longueur de l'hypothénuse.
- Le prisme étant dans l'air, calculer l'indice minimal n du prisme assurant la réflexion totale dans les conditions d'éclairage précédente.
- Dans les jumelles, on utilise deux prismes isocèles rectangles mais disposés dans deux plans perpendiculaires comme représenté sur le schéma précédent. Tracer le trajet des deux rayons indiqués sur le schéma et en déduire la finalité du dispositif.

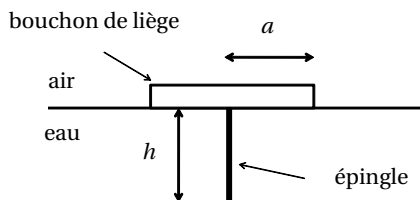


1.10

Flotteur à la surface de l'eau (d'après ATS)

On notera n l'indice de réfraction de l'eau. On donne $n = 1,33$.

On plante une épingle au centre d'un bouchon de liège en forme de disque de rayon a . On fait flotter le bouchon sur de l'eau, l'épingle vers le bas. L'épingle dépasse du bouchon d'une longueur h .



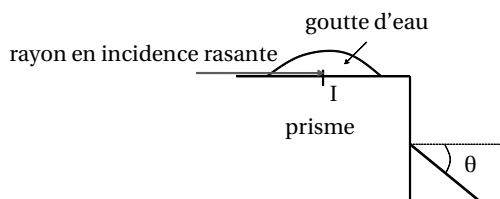
On observe depuis un point situé au-dessus de l'eau. Si la longueur h n'est pas trop grande, on constate qu'il est impossible de voir l'épingle, quelle que soit la position de l'observateur au-dessus de l'eau.

- Expliquer le phénomène.
- Calculer la longueur maximale h_0 de h pour que l'épingle soit absolument invisible depuis l'air. Le rayon du disque vaut $a = 3,0$ cm.

1.11**Réfractomètre de Pulfrich (d'après ATS)**

On cherche à mesurer l'indice n de réfraction de l'eau par le principe du réfractomètre de Pulfrich. On dépose une goutte d'eau sur la face supérieure d'un prisme d'angle au sommet 90° . On éclaire cette goutte d'eau en incidence rasante par une lumière monochromatique. A l'aide d'un oculaire, on observe derrière l'autre face du prisme. L'indice de réfraction du verre constituant le prisme est $N = 1,625$.

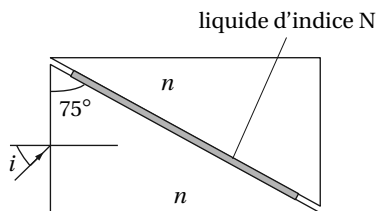
- Dessiner la marche du rayon lumineux en incidence rasante se réfractant en I.



- On est capable de mesurer l'angle θ du rayon émergent correspondant au rayon d'incidence rasante (voir figure). La valeur expérimentale obtenue avec une goutte d'eau en incidence rasante est $\theta = 69^\circ$. En déduire l'indice n de l'eau.
- Quelle plage d'indice est-elle accessible avec ce réfractomètre ?

1.12**Réfractomètre d'Abbe**

- Un rayon lumineux issu d'un milieu d'indice n avec un angle d'incidence i arrive sur un milieu d'indice n' . Peut-il y avoir réflexion totale si $n < n'$?
- On se place dans le cas où la réflexion totale est possible. Déterminer l'angle de réflexion limite i_ℓ en fonction de n et n' .
- On considère le réfractomètre d'Abbe à savoir deux prismes rectangles identiques dont l'un des angles vaut 75° . Ces prismes sont taillés dans un matériau d'indice n et accolés le long de leur hypoténuse. On introduit un liquide d'indice N entre les deux hypoténuses.



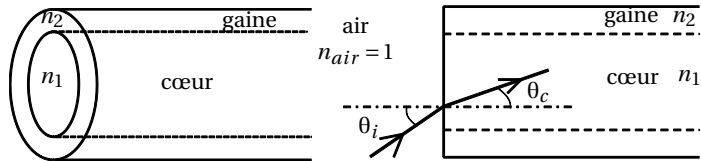
Tracer le trajet d'un rayon lumineux émergeant sur la face opposée à celle sur laquelle il est entré ainsi que celui d'un rayon subissant une réflexion totale au niveau du liquide.

- d) Déterminer la condition sur l'angle d'incidence i pour qu'il y ait réflexion totale au niveau du liquide.
- e) En déduire que la mesure de l'angle limite i_ℓ permet de déterminer l'indice du liquide.
- f) Pour un dispositif pour lequel $n = 1,658$ et en insérant du cyclohexane dans le réfractomètre, on mesure $i_\ell = 26,6^\circ$. En déduire l'indice du cyclohexane.

1.13

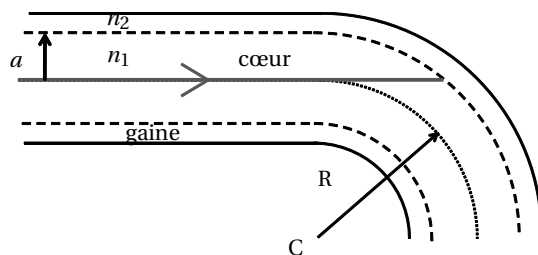
Fibre optique à saut d'indice (d'après CAPES)

La transmission de l'information recourt de plus en plus souvent aux fibres optiques. Celles-ci se répartissent en deux grandes catégories : les fibres à saut d'indice et les fibres à gradient d'indice. On se propose d'étudier ici les fibres à saut d'indice. Elles sont constituées d'un cœur cylindrique d'indice n_1 et de rayon a , entouré d'une gaine d'indice n_2 .



On notera c la vitesse de la lumière dans le vide. On prendra pour valeur approchée $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

- a) Un rayon est guidé par la fibre s'il subit des réflexions totales à chaque fois qu'il rencontre le dioptre cœur-gaine. Quelle condition doivent vérifier les indices n_1 et n_2 pour que le guidage soit possible ?
- b) Dans la suite du problème, on supposera cette condition satisfaite. On définit la grandeur $\Delta = \left| \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \right|$. Pour les applications numériques, on prendra $n_1 = 1,5$ et $\Delta = 1,0 \cdot 10^{-2}$. On considère un rayon incident situé dans un plan méridien de la fibre (voir figure de droite ci-dessus). Ce rayon tombe sur le dioptre air-cœur avec un angle d'incidence θ_i . On note θ_c l'angle de réfraction correspondant.
 - i) Pour que ce rayon soit guidé par le cœur de la fibre, montrer que θ_i doit rester inférieur à un angle limite θ_a qu'on calculera en fonction de n_1 et Δ .
 - ii) On appelle ouverture numérique la quantité notée O.N. définie par $\text{O.N.} = \sin \theta_a$. Calculer l'ouverture numérique de la fibre.
- c) Le guidage des rayons peut être confronté à un premier problème lorsque la fibre cesse d'être rectiligne pour prendre des courbures imposées par son utilisation pratique.



Pour déterminer un ordre de grandeur de la courbure acceptable par une fibre à saut d'indice, on envisage un rayon confondu avec l'axe du cœur dans la partie rectiligne de la fibre.

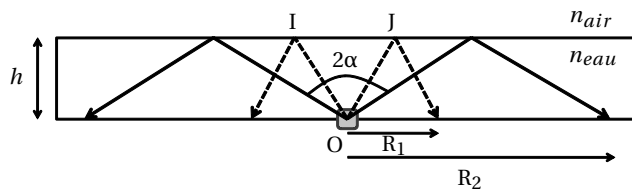
Déterminer la valeur R_m de R pour que le rayon envisagé reste effectivement guidé. Exprimer R_m en fonction du rayon du cœur a et de Δ . Pour cela, on pourra utiliser le développement limité $(1 + \varepsilon)^\beta \approx 1 + \beta\varepsilon$ si $\varepsilon \ll 1$. Faire l'application numérique en prenant $a = 25 \mu\text{m}$.

- c) Un autre problème que pose l'utilisation des fibres optiques est l'étalement des impulsions. Ces impulsions correspondent au codage binaire de l'information numérisée qui est échangée au moyen de ces fibres. On considère deux rayons passant par le centre O de la face d'entrée de la fibre supposée rectiligne. L'une entre dans la fibre en incidence normale, l'autre avec l'incidence limite θ_a .
- Calculer la différence Δt entre les durées des trajets de la lumière selon chacun de ces rayons sur une longueur l de fibre. Exprimer Δt en fonction de l , c , n_1 et Δ .
 - Calculer numériquement Δt en prenant $l = 1,0 \text{ km}$.
 - Quelle durée τ doit séparer deux impulsions successives pour qu'elles ne se superposent pas à la sortie de la fibre ? En déduire une valeur limite D_m pour le débit de la ligne, exprimé en $\text{bits}\cdot\text{s}^{-1}$.

Pour remédier à ce problème d'élargissement des impulsions et augmenter le débit des fibres optiques, on utilise des fibres à gradient d'indice, où l'indice n du cœur varie continuellement en fonction de la distance r à l'axe.

1.14**Eclairage d'un bassin (G2E)**

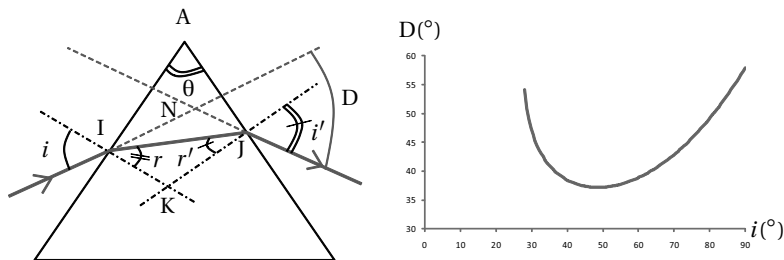
On considère le schéma suivant représentant un bassin de hauteur h rempli d'eau d'indice $n_{eau} = 1,33$. Une lampe est posée au fond en O et les rayons en sortent balayant un cône d'angle au sommet $2\alpha = 120^\circ$. On note $n_{air} = 1,00$ l'indice de l'air. Sur le fond du bassin se forme un disque lumineux de rayon R_1 suivi d'une auréole lumineuse située entre les rayons R_1 et R_2 . Les rayons arrivant en I et J sont les premiers à subir une réflexion totale à l'interface eau / air.



- Qui est le plus lumineux entre le disque de rayon R_1 et l'auréole périphérique ?
- Calculer le rayon R_2 en fonction de h .
- Calculer le rayon R_1 en fonction de h .

1.15**Etude d'un prisme (d'après Véto)**

On considère un prisme réalisé dans un milieu transparent d'indice n (par exemple du verre), d'arête A et d'angle au sommet θ . Ce prisme est plongé dans l'air dont l'indice de réfraction est assimilé à $1,00$. Un rayon du faisceau parallèle incident contenu dans le plan perpendiculaire à l'arête A (ce plan est le plan de la figure) arrive en I sur la face d'entrée du prisme avec un angle d'incidence i . On s'intéresse dans la suite au cas où le rayon émerge en J . Les notations des angles sont définies ci-dessous.



- Rappeler les lois de Snell-Descartes relatives à la réfraction. En déduire les relations entre i , n et r d'une part et i' , n et r' d'autre part.
- Montrer que tous les rayons sont contenus dans un même plan.
- Etablir la relation entre θ , r et r' puis montrer que la déviation D introduite par le prisme s'écrit $D = i + i' - \theta$.
- Montrer la croissance de i' quand i diminue depuis 90° . En déduire la disparition possible du rayon émergent. Montrer qu'en incidence rasante ($i = 90^\circ$) les rayons n'émergent qu'à condition que θ soit inférieur à une valeur θ_{max} dont on donnera l'expression.

- Etablir que dans le cas général l'angle r doit appartenir à un intervalle dont on précisera les bornes. En déduire que la condition obtenue en incidence rasante est générale. Cette condition étant vérifiée, montrer que l'émergence n'est possible que si l'angle d'incidence est supérieur à une valeur critique i_{min} dont on donnera l'expression en fonction de θ et de n .

Applications numériques : Calculer θ_{max} et i_{min} pour $n = 1,50$ et $\theta = 60,0^\circ$.

- A partir des relations obtenues aux questions a) et c), exprimer i' en fonction de i , n et θ . En déduire que $D = i - \theta + \text{Arcsin} \left(n \sin \left(\theta - \text{Arcsin} \left(\frac{\sin i}{n} \right) \right) \right)$.
- On n'étudie pas la fonction $D(i)$ et on se contente de son graphe pour les valeurs numériques utilisées ici. Déterminer graphiquement la valeur de l'angle i_{min} minimal nécessaire à l'émergence d'un rayon. Comparer cette valeur avec celle trouvée à la question précédente. Déterminer graphiquement les valeurs numériques de D_m et i_m en degrés, valeurs respectives de D et i au minimum de la déviation.
- Quel principe élémentaire de l'optique géométrique permet de montrer que le minimum de déviation est obtenu lorsque $i = i'$? Détailler le raisonnement tenu.
- On note r_m la valeur de r au minimum de déviation. Expliciter la valeur de r_m en fonction de θ . Donner alors l'expression de i_m en fonction de n et θ . En déduire l'expression de D_m en fonction de n et θ . Comparer les valeurs numériques de r_m , i_m et D_m aux résultats de la question e.

- Déduire des questions précédentes que $n = \frac{\sin \frac{\theta + D_m}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}}$.

- On éclaire maintenant le prisme en lumière blanche pour visualiser la dispersion de la lumière. On admet que l'indice du verre est une fonction décroissante de la longueur d'onde λ . Sachant que les fonctions sinus et arcsinus sont croissantes et positives sur les intervalles d'angles aigus considérés, déterminer simplement quelle couleur est la plus déviée en sortie. Faire un schéma qualitatif du trajet du rayon bleu et du rayon rouge.

1.16**Identification d'une pierre précieuse (d'après CCINP PC)**

Un collectionneur de pierres précieuses possède trois petites pierres transparentes et incolores : une moissanite, un zircon et un morceau de verre de type flint à fort indice. Il cherche à les identifier. Il dispose pour cela d'un flacon d'iodure de méthylène liquide. Les propriétés physiques des trois pierres et de l'iodure de méthylène liquide sont données dans le tableau suivant :

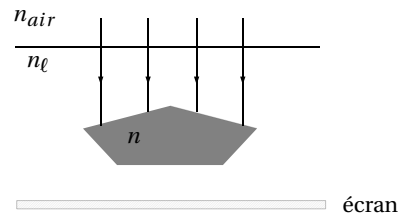
Substance	masse volumique (kg.m^{-3})	indice de réfraction
zircon	4690	1,95
moissanite	3210	2,70
flint	3740	1,64
iodure de méthylène	3330	1,75

Le collectionneur plonge les trois pierres dans le liquide transparent. On note n_ℓ et n les indices respectifs du liquide et de la pierre étudiée.

a) Trajet des rayons dans la pierre précieuse :

Un faisceau lumineux de rayons parallèles est envoyé perpendiculairement à la surface du liquide. On place un écran d'observation sous le liquide.

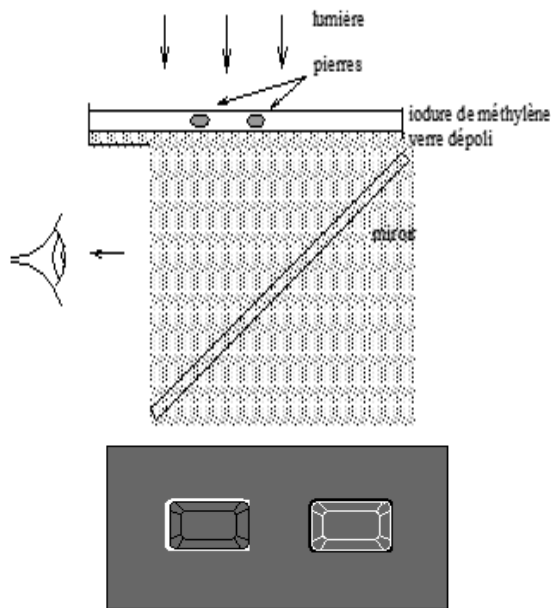
- i) Les rayons sont-ils déviés à l'interface entre l'air et le liquide ? Justifier la réponse.
- ii) Recopier la figure ci-dessous et compléter en traçant l'allure du trajet suivi par les différents rayons dans la pierre et dans le liquide jusqu'à l'écran. On supposera qu'il n'y a pas de réflexion et on distinguera deux cas : $n > n_\ell$ et $n < n_\ell$.



- iii) En déduire pour chacun des deux cas ($n > n_\ell$ et $n < n_\ell$) si l'intensité lumineuse sur l'écran est plus forte au centre du solide ou sur ses bords.
- iv) Pour chacun des deux cas ($n > n_\ell$ et $n < n_\ell$), déterminer sur quel dioptré peut avoir lieu le phénomène de réflexion totale.
- v) Etablir la condition que doit vérifier l'angle d'incidence pour qu'il y ait réflexion totale. On se limitera pour cette question au cas $n < n_\ell$.

b) Identification de pierres précieuses :

- i) L'immersion des trois pierres dans l'iodure de méthylène permet de reconnaître immédiatement l'une des trois pierres. Laquelle ? Justifier.
- ii) Il pose les deux autres sur un morceau de verre dépoli et les immerge dans de l'iodure de méthylène. Il éclaire le dispositif depuis le haut. Un miroir incliné situé sous le verre dépoli permet d'observer l'image obtenue par en-dessous.



Pierre numéro 1: contour clair, arêtes sombres.
 Pierre numéro 2: contour sombre, arêtes claires.

En utilisant les résultats obtenus dans la partie sur l'éclairage des pierres, identifier les pierres 1 et 2.



1.17

Apparence d'une balle transparent contenant un objet incrusté

Une balle transparente contient un objet incrusté. Quand on la plonge dans l'eau, on observe que l'objet incrusté n'occupe plus la même proportion de la balle. On cherche à expliquer ces observations.

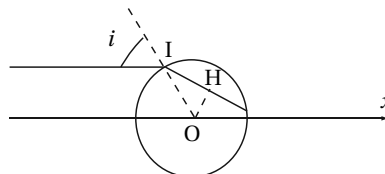


dans l'air



dans l'eau

- On note O le centre la balle, R son rayon et n son indice. On éclaire la balle avec un faisceau parallèle à Ox . En se plaçant dans un plan passant par O , déterminer la distance d à laquelle passe le rayon du centre O en fonction de l'angle d'incidence i . En déduire comment varie d sur l'ensemble de la sphère.
- Rappeler ce qu'on entend par "retour inverse" de la lumière.
- Pour simplifier les calculs, on considère la modélisation suivante pour l'objet incrusté : on admet qu'il s'agit d'un objet sphérique de centre O et de rayon a .

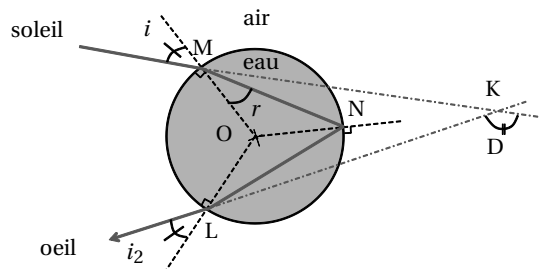


Déduire de ce qui précède l'allure de la balle en supposant que l'observateur se trouve loin du dispositif.

- Que se passe-t-il si on plonge cette balle dans l'eau d'indice n_0 ?
- Sachant que la taille observée de l'objet incrusté est réduite d'un facteur 1,3 environ quand on plonge la balle dans l'eau, que peut-on en déduire ?

1.18
Arc-en-ciel (d'après CAPES)

La figure ci-dessous donne la coupe d'une goutte d'eau dans un plan méridien où arrive un rayon incident monochromatique sur la goutte d'eau.



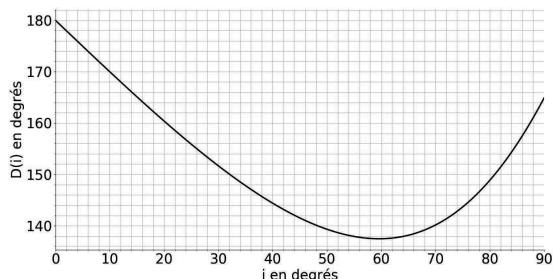
L'air a pour indice optique 1,00 et on notera $n = 1,33$ l'indice de l'eau. Un rayon incident arrivant du Soleil est réfracté en M puis subit une réflexion interne en N avant d'être réfracté et de sortir de la goutte en L.

On appelle i l'angle d'incidence du rayon arrivant du Soleil avec la normale à la goutte d'eau en M lors de l'entrée dans la goutte. On notera r l'angle que fait le rayon réfracté avec la normale en M.

- Montrer que tous les rayons sont dans un même plan.
- Calculer les angles d'incidence et de réflexion en N ainsi que l'angle d'incidence et de réfraction en L en fonction de i et r . Montrer qu'il ne peut y avoir de réflexion totale en N. Qu'est-ce que cela implique sur l'intensité du rayon NL réfléchi en N ?
- Exprimer l'angle de déviation D du rayon incident par rapport au rayon émergent en fonction de i et r .
- Montrer qu'on obtient finalement $D = \pi + 2i - 4\text{Arccsin}\left(\frac{\sin i}{n}\right)$.
- Montrer que D admet un extremum noté D_m pour la valeur $i_m = \text{Arccos}\sqrt{\frac{n^2 - 1}{3}}$.

On donne la dérivée de $f(x) = \text{Arccsin}x$: $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$. Une étude de la dérivée seconde montre que cet extremum est un minimum. Calculer les valeurs numériques de i_m et de D_m en degrés.

- f) On donne le tracé de la fonction $g(x) = 180 + 2x - 4\text{Arcsin}\left(\frac{\sin x}{1,33}\right)$ ci-dessous pour x en degrés :



À l'aide du graphe précédent et en remarquant l'allure de la courbe près du minimum, expliquer pourquoi un observateur ne voit que les rayons émergeant des gouttes avec un angle de déviation D_m . On pourra admettre que les rayons arrivant du Soleil, situé à l'infini, arrivent tous parallèles entre eux.

- g) Pourquoi observe-t-on toujours un cercle ou un arc de cercle ?
- h) L'indice de l'eau suit une loi de Cauchy de la forme $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$ avec A et B des constantes positives. Pourquoi observe-t-on des couleurs dans l'arc-en-ciel et des arcs de couleur qui ne se superposent pas ? Indiquer, du bleu ou du rouge, la couleur qui est la plus déviée.
- i) On donne les indices de l'eau pour les radiations bleue et rouge soit $n_{bleu} = 1,3371$ et $n_{rouge} = 1,3311$. Calculer numériquement les angles d'incidence $i_m(bleu)$ et $i_m(rouge)$ correspondants puis les valeurs numériques pour $D_m(bleu)$ et $D_m(rouge)$.
- j) En déduire l'ordre des couleurs vues par l'observateur de l'intérieur vers l'extérieur de l'arc.

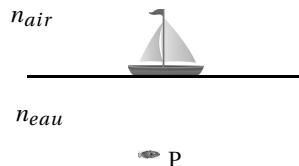


1.19

Profondeur apparente d'un poisson

Un pêcheur veut déterminer la profondeur apparente d'un poisson afin de savoir s'il a une chance de l'attraper. Il observe le poisson depuis sa barque en se plaçant à la verticale de l'animal de manière à ce que les conditions d'observation vérifient les conditions de Gauss. On note n_{air} et n_{eau} les indices respectifs de l'air et de l'eau.

- a) Rappeler les conditions de Gauss et préciser leurs conséquences sur les angles.
- b) Construire l'image P' du poisson P situé dans l'eau par le dioptre air - eau. On note H le projeté orthogonal de P sur le dioptre.



- c) Exprimer $\overline{P'H}$ en fonction de \overline{PH} et des indices n_{air} et n_{eau} .
- d) En déduire la profondeur apparente $P'H$ de la pierre en fonction de sa profondeur réelle PH. On donne les indices de l'air et du liquide $n_{air} = 1,00$ et $n_{eau} = 1,33$.