TOUT EN FICHES

Yves Granjon

L'ESSENTIEL D'

ÉLECTRICITÉ

LICENCE, IUT

DUNOD

Direction artistique : Nicolas Wiel
Conception graphique de la couverture : Pierre André Gualino
Illustration de couverture : EpicStockMedia/shutterstock.com

Cet ouvrage existe en deux versions : L'Essentiel BTS
et l'Essentiel Licence / IUT

11, rue Paul Bert 92240 Malakoff
www.dunod.com
ISBN 978-2-10-080916-5

Table des matières

Sources d'alimentation en régime sinusoïdal

Fiche 1

Tout circuit électrique nécessite, pour fonctionner, une source d'alimentation. D'une manière générale, tout montage peut être représenté sous la forme d'un générateur d'énergie alimentant un récepteur chargé de transformer cette énergie électrique en une autre forme exploitable (mécanique, thermique, par exemple).

Générateur et récepteur sont en général des dipôles (deux bornes) et sont reliés par des conducteurs (figure 1.1). Les dipôles générateurs sont qualifiés d'actifs et les dipôles récepteurs sont dits passifs.

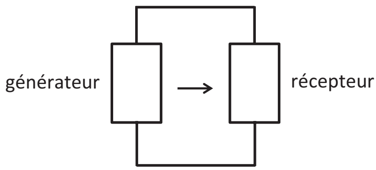

Figure 1.1

1. Générateur de tension parfait

Un générateur de tension sinusoïdale monophasé parfait est un dipôle délivrant à ses bornes, une tension $e(t) = E_0 \cos \omega t$ indépendante du dipôle auquel il est relié (figure 1.2). C'est cette indépendance qui permet de le qualifier de parfait.

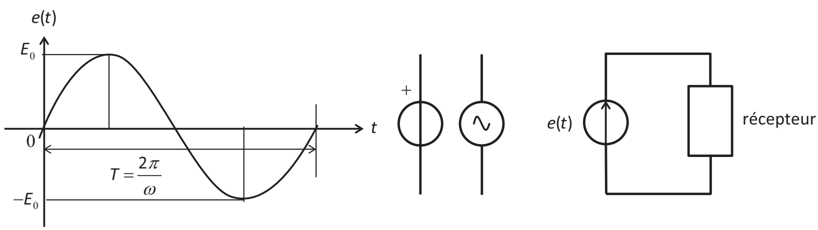

Figure 1.2

E_0 est l'amplitude de la tension et est naturellement exprimée en volts (V), tout comme $e(t)$. ω est la pulsation de la tension et s'exprime en radians par seconde (rad/s). $f = \omega / 2\pi$ est la fréquence du générateur en hertz (Hz) et $T = \dfrac{1}{f} = \dfrac{2\pi}{\omega}$ en est la période. Sur la figure 1.2, on trouvera également les différents symboles utilisés classiquement pour représenter un générateur de tension sinusoïdal parfait. Nous privilégierons celui de droite dans cet ouvrage.

Lorsque l'on relie un tel générateur à un dipôle passif, ou encore à un circuit dipolaire, la tension délivrée par le générateur est imposée aux bornes du dipôle et un courant s'établit dans le circuit comme indiqué sur la figure 1.3. Le sens du courant, conventionnellement, est dirigé comme sortant de la borne supérieure du générateur. Sa deuxième borne est en général considérée comme la référence des potentiels et appelée la masse (i.e. 0 V).

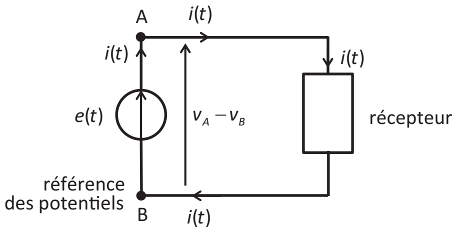

Figure 1.3

La tension $e(t)$ correspond à la différence de potentiels entre le point A et le point B (attention au sens) : $e(t) = v_A - v_B$ et est représentée par une flèche allant dans le sens des potentiels croissants. Si on postule que le point B sert de référence aux potentiels (rappelons qu'en électricité, ce sont les différences de potentiels qui sont importantes), on a alors $v_B = 0$ V et $v_A(t) = e(t)$.

2. Générateur de courant parfait

À la différence d'un générateur de tension, un générateur de courant sinusoïdal parfait impose un courant $i(t) = I_0 \cos \omega t$ indépendant du dipôle auquel il est relié (figure 1.4). C'est cette indépendance qui permet de le qualifier de parfait. I_0 est l'amplitude du courant et est naturellement exprimé en ampères (A), tout comme $i(t)$.

Lorsque l'on relie un tel générateur à un dipôle passif, ou encore à un circuit dipolaire, le courant délivré par le générateur est imposé au travers du dipôle et une tension apparaît dans le circuit comme indiqué sur la figure 1.4.

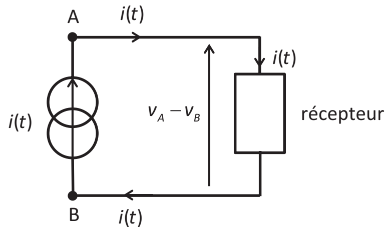

Figure 1.4

On notera sur la figure 1.4 le symbole utilisé pour représenter un générateur de courant parfait. Il existe d'autres symboles parfois utilisés.

3. Conventions

Un rapide coup d'œil au schéma de la figure 1.3 nous montre que les flèches représentant les tensions et les courants sont dirigées dans le même sens au niveau du générateur tandis qu'elles sont dirigées en sens contraire pour le dipôle récepteur. Nous retiendrons cela comme étant deux conventions fondamentales en électricité. Il est important de toujours respecter ces conventions, car toutes les équations que nous étudierons sont censées être exprimées en accord avec ces conventions.

> La convention générateur consiste, pour un générateur de tension, à orienter la différence de potentiels et le courant débité dans le même sens.
>
> La convention récepteur consiste, pour tout dipôle passif, à orienter la tension à ses bornes et le courant qui le traverse, dans des directions opposées.

REMARQUE

Le non-respect de ces conventions fait courir le risque de commettre des erreurs de signes dans les calculs.

EXEMPLE

Le schéma de la figure 1.5 représente un générateur de tension sinusoïdale alimentant un dipôle formé de trois résistances et au sein duquel on notera que la convention générateur est respectée pour le générateur tandis que pour chacune des résistances, nous avons respecté la convention récepteur.

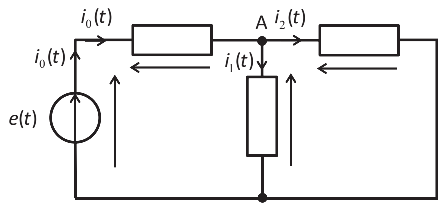

Figure 1.5

REMARQUE

Nous justifierons plus tard (fiche 11) le fait que le courant $i_0(t)$ se « sépare » au point A dans les deux branches du circuit.

4. Générateurs réels

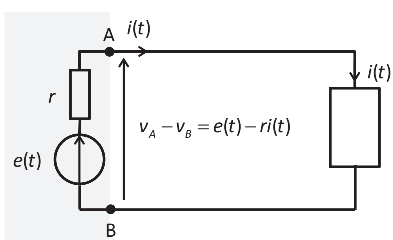

Figure 1.6

Qu'il s'agisse de générateur de tension ou de courant, le caractère parfait n'est que théorique. Ainsi, par exemple, lorsque l'on relie un générateur de tension à un dipôle, on remarque que la tension à ses bornes diminue en fonction du courant qu'il débite. Autrement dit, l'amplitude de la tension délivrée chute d'autant plus que le courant soutiré est important.

On représente ce caractère imparfait (ou réel) par une résistance r placée en série avec un générateur parfait $e(t)$. La figure 1.6 montre qu'aux bornes AB d'un générateur réel, la tension $v_A - v_B$ dépend du courant $i(t)$ car une chute de tension apparaît aux bornes de la résistance.

> Dans un générateur de tension réel en fonctionnement, de bornes AB, dans lequel le caractère imparfait est modélisé par une résistance série r, la différence de potentiel délivrée à ses bornes est égale à :
> $$v_A - v_B = e(t) - ri(t)$$

Dans le cas d'un générateur de courant, le caractère réel est représenté par une résistance placée en parallèle avec un générateur de courant parfait (figure 1.7).

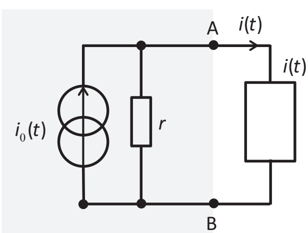

Figure 1.7

> Dans les deux cas, la résistance r est appelée résistance interne du générateur et permet de tenir compte du caractère imparfait du générateur, qu'il soit de tension ou de courant. Elle permet de tenir compte d'un phénomène selon lequel le générateur consomme une petite partie de l'énergie qu'il est censé produire. Plus r est faible, meilleur est le générateur.

Exercice 1 Conventions générateur et récepteur

Dans le schéma de la figure 1.8, placer les flèches des tensions aux bornes de tous les dipôles ainsi que les courants qui circulent dans chacun d'entre eux.

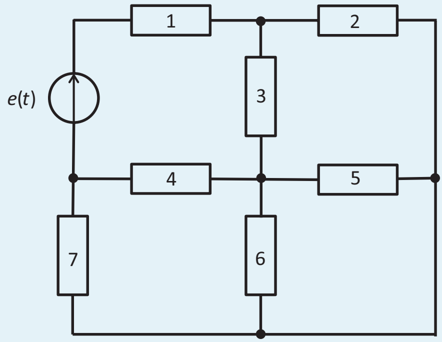

Figure 1.8

Solution

En ce qui concerne le générateur de tension, le sens de la tension est sans ambiguïté indiqué sur le générateur et le sens du courant est dicté par la convention générateur. Le courant $i_1(t)$ se sépare ensuite en un courant $i_2(t)$ et $i_3(t)$. L'idée consiste ensuite à placer le reste des courants, relativement intuitivement.

Connaissant les courants qui traversent chacune des résistances, il suffit de placer les tensions aux bornes de chacune d'entre elles en respectant la convention récepteur (figure 1.9).

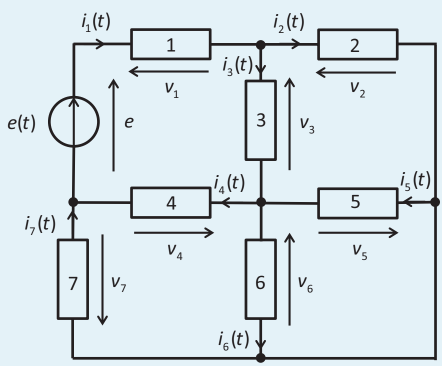

Figure 1.9

Modélisation complexe des grandeurs électriques

Fiche 2

Afin d'appréhender le fonctionnement des circuits électriques en régime sinusoïdal, il est d'usage d'associer une représentation complexe à ces circuits. Il s'agit d'une modélisation théorique dans laquelle les lois simples de l'électricité qui sont déjà connues en régime continu, peuvent toujours être appliquées. Résoudre un problème d'électricité en régime sinusoïdal passe en général par cette transposition vers le modèle complexe où les calculs sont beaucoup plus simples.

1. Principes de base

En considérant une grandeur électrique sinusoïdale $u(t)$ (il peut s'agit d'une tension ou d'un courant), on peut écrire, en règle générale :

$$u(t) = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

Dans une telle expression, U_0 correspond à l'amplitude de la grandeur (en ampères ou en volts selon qu'il s'agit d'un courant ou d'une tension). On introduit souvent la notion de valeur efficace U_{eff} de cette grandeur en posant $U_0 = U_{eff}\sqrt{2}$. Nous justifierons l'introduction de cette notion dans la fiche 18 relative aux calculs de puissance.

Le paramètre φ représente un éventuel déphasage entre $u(t)$ et une référence des phases qui est en général la source principale d'alimentation du circuit. C'est par rapport à elle que l'on évalue alors les avances ou retards de phase de chaque grandeur, tension ou courant, à l'intérieur du circuit.

On peut considérer que cette grandeur réelle $u(t)$ est la partie réelle d'un nombre complexe qui peut s'écrire :

$$u(t) = U_0 \cos(\omega t + \varphi) = Re\left[U_0 \cos(\omega t + \varphi) + jU_0 \sin(\omega t + \varphi)\right]$$

$$\text{Soit : } u(t) = Re\left[U_0 e^{j(\omega t + \varphi)}\right] \text{ ou encore } u(t) = Re\left[U_{eff}\sqrt{2}e^{j(\omega t + \varphi)}\right]$$

L'idée consiste à associer à une grandeur réelle, la grandeur complexe $U_{eff}\sqrt{2}e^{j(\omega t + \varphi)}$.

On transpose alors la plupart du temps les grandeurs électriques réelles $u(t)$ sous la forme d'expressions complexes associées que l'on note en général $\overline{U}$ ou parfois $\underline{U}$. Comme dans un circuit, toutes les grandeurs, tensions et courants sont sinusoïdaux de mêmes pulsations que la source d'alimentation, on retiendra essentiellement dans cette forme complexe, ce qui est susceptible d'être différenciant, c'est-à-dire la valeur efficace U_{eff} et l'éventuel déphasage φ par rapport à la source servant de référence.

À toute grandeur électrique sinusoïdale $u(t)=U_{eff}\sqrt{2}\cos(\omega t+\varphi)$, on associe sa forme complexe :

$$u(t)=U_{eff}\sqrt{2}\cos(\omega t+\varphi) \;\rightarrow\; \overline{U}=U_{eff}e^{j\varphi}$$

2. Modèle complexe d'un générateur de tension sinusoïdal

En règle générale, un circuit électrique simple se compose d'une source d'alimentation alimentant un dipôle (pouvant lui-même être formé de plusieurs éléments).

Dans le schéma de la figure 2.1, supposons que $e(t)=E_{eff}\sqrt{2}\cos(\omega t)$. Cette source va servir de référence en ce qui concerne d'éventuels déphasages des autres grandeurs électriques, par exemple le courant $i(t)$.

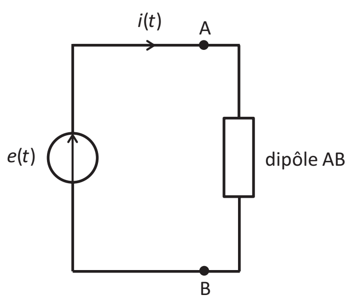

Figure 2.1

D'après les notations présentées ci-dessus, considérant que $\varphi = 0$, la forme complexe de $e(t)$ se limite à $\overline{E} = E_{eff} e^{j0} = E_{eff}$.

La forme complexe associée à un générateur de tension sinusoïdale parfait servant de référence de phase se limite à sa valeur efficace.

$$e(t) = E_{eff}\sqrt{2}\cos(\omega t) \quad \rightarrow \quad \overline{E} = E_{eff}$$

REMARQUE

En Europe, les réseaux de distribution domestiques fournissent, au niveau des prises électriques, une tension sinusoïdale d'environ 230 V. Il s'agit là de la tension efficace qui correspond à une amplitude du signal sinusoïdal égale à 325 V ($230 \times \sqrt{2}$). Rappelons également que la pulsation de cette tension est égale à 314 rad/s, soit une fréquence de 50 Hz.

Exercice 1 Forme complexe d'une tension délivrée par une prise électrique domestique

Quelles sont l'expression réelle $e(t)$ et la forme complexe $\overline{E}$ associée à la tension sinusoïdale délivrée par une prise de courant domestique ?

Solution

En se basant simplement sur la remarque ci-dessus, on peut écrire :

$$e(t) = E_{eff}\sqrt{2}\cos\omega t = 325\cos 314t \text{ (V)}$$

S'agissant d'une source de tension constituant une alimentation, nous n'introduisons aucun déphasage et considérons cette alimentation comme référence au regard d'éventuels déphasages dans le circuit qu'elle alimente. On a donc $\varphi = 0$.

La forme complexe associée est donc tout simplement :

$$\overline{E} = E_{eff} = 230 \text{ V}$$

Fiche 3 Impédance réelle et impédance complexe

Pour disposer d'un modèle complet permettant d'étudier les circuits en régime sinusoïdal, il convient, en plus de disposer de modèles complexes pour les générateurs, d'avoir une modélisation similaire pour les dipôles récepteurs passifs. Nous nous limitons ici aux dipôles passifs linéaires. Un dipôle linéaire est un dipôle dont le fonctionnement électrique peut être décrit par une équation différentielle linéaire à coefficients constants. Nous étudierons, dans la fiche 4, les trois dipôles passifs linéaires les plus courants (résistance, bobine et condensateur). Tous les dipôles ne sont pas linéaires. La diode par exemple (que nous étudierons à partir de la fiche 25) ne l'est pas et par conséquent, les concepts abordés ici ne s'appliquent pas à elle.

1. Impédance réelle d'un dipôle linéaire

Sur le schéma de la figure 3.1, on alimente un dipôle linéaire quelconque (autrement dit on impose la tension à ses bornes) à l'aide d'un générateur de tension parfait $e(t)$ tel que :

$$e(t) = E_0 \cos \omega t = E_{eff} \sqrt{2} \cos \omega t$$

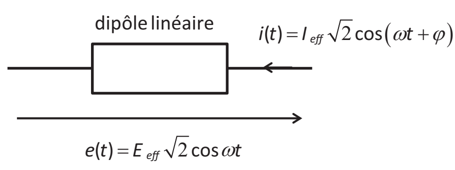

Figure 3.1

Il apparaît alors un courant $i(t)$ tel que :

$$i(t) = I_0 \cos(\omega t + \varphi) = I_{eff} \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$$

Ce courant est toujours de forme sinusoïdale, de même pulsation ω que la tension d'alimentation et possède sa propre amplitude I_0 (ou encore sa propre valeur efficace I_{eff}) et présente un éventuel déphasage φ par rapport à $e(t)$.

REMARQUE

Le déphasage φ étant précédé d'un signe positif, il est appelé avance algébrique de phase de $i(t)$ par rapport à $e(t)$.

L'amplitude I_0 de $i(t)$ dépend naturellement :

- Des caractéristiques de la tension d'alimentation (amplitude E_0 et pulsation ω).
- Du dipôle alimenté.

On définit l'impédance réelle du dipôle alimenté et on note Z le rapport entre les amplitudes (ou les valeurs efficaces) de la tension et du courant :

$$Z = \frac{E_0}{I_0} = \frac{E_{eff}}{I_{eff}}$$

Cette impédance s'exprime en ohms (Ω) et est une caractéristique du dipôle pour une pulsation donnée.

REMARQUE

On notera l'analogie avec la loi d'Ohm qui concerne les résistances. Attention toutefois, l'impédance dépend de la pulsation utilisée et n'est donc par une caractéristique intrinsèque du dipôle.

2. Impédance complexe

Le seul paramètre Z ne suffit pas à caractériser entièrement un dipôle car il donne uniquement accès à I_{eff} si on connaît E_{eff}. Or, il est en général important de pouvoir déterminer l'avance algébrique de phase du courant par rapport à la tension, φ.

Si on se réfère à la représentation complexe des grandeurs électriques présentées dans la fiche 2, il existe une représentation complexe de l'expression du courant :

$$i(t) = I_{eff}\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi) \quad \rightarrow \quad \overline{I} = I_{eff}e^{j\varphi}$$

Rappelons ici que la représentation complexe de la tension est :

$$e(t) = E_{eff}\sqrt{2}\cos\omega t \quad \rightarrow \quad \overline{E} = E_{eff}$$

En écrivant le rapport $\dfrac{\overline{E}}{\overline{I}}$, on obtient :

$$\frac{\overline{E}}{\overline{I}} = \frac{E_{eff}}{I_{eff}e^{j\varphi}} = \frac{E_{eff}}{I_{eff}}e^{-j\varphi} = Ze^{-j\varphi}$$

Cette expression $Ze^{-j\varphi}$ contient deux informations : l'impédance réelle Z et l'avance algébrique de phase φ. Elle permet donc de caractériser entièrement le dipôle au sens où elle donne accès à la fois à I_{eff} et à φ et permet donc de déterminer le courant qui traverse le dipôle lorsqu'il est alimenté par $e(t)$.

REMARQUE

La relation $\overline{E} = \overline{Z}\overline{I}$ s'apparente aussi à la loi d'Ohm, d'où son nom, souvent utilisé, de loi d'Ohm généralisée au modèle complexe.

$Ze^{-j\varphi}$ est notée $\overline{Z}$ et est appelée impédance complexe du dipôle. La forme $\overline{Z} = Ze^{-j\varphi}$ est un nombre complexe écrit sous forme exponentielle, ou encore sous forme module et argument :

$$\left|\overline{Z}\right| = Z \text{ et } \arg\overline{Z} = -\varphi$$

REMARQUE

La fiche 8 de ce livre est consacrée à une révision des notions fondamentales liées aux nombres complexes.

S'agissant d'un nombre complexe, on peut aussi écrire $\overline{Z}$ sous sa forme algébrique (partie réelle et partie imaginaire) :

$$\overline{Z} = R + jX$$

Les paramètres R et X sont appelés respectivement les parties résistives et réactives du dipôle ou encore sa résistance et sa réactance. Elles s'expriment toutes deux en ohms. On a alors :

$$\begin{cases} R = \mathrm{Re}\left(\overline{Z}\right) \\ X = \mathrm{Im}\left(\overline{Z}\right) \\ Z = \left|\overline{Z}\right| = \sqrt{R^2 + X^2} \\ -\varphi = \arg \overline{Z} \quad \Leftrightarrow \quad -\tan\varphi = \dfrac{X}{R} \end{cases}$$

REMARQUE

Il arrive parfois que l'on considère les déphasages non plus comme des avances algébriques de phase mais comme des retards de phase et ce, en introduisant un signe négatif dans les expressions temporelles, $i(t) = I_{eff}\sqrt{2}\cos(\omega t - \varphi)$. Dans ce cas, on aurait $\varphi = \arg \overline{Z}$. Dans cet ouvrage, nous prenons le parti de toujours considérer par défaut et *a priori,* des avances algébriques de phase. S'il s'avère qu'une grandeur est en retard par rapport à une autre, cette avance sera alors négative.

On peut facilement déterminer R et X à partir de la notation exponentielle.

En effet :

$$\overline{Z} = Ze^{-j\varphi} = Z\left(\cos\varphi - j\sin\varphi\right)$$

Ainsi :

$$\begin{cases} R = \mathrm{Re}\left(\overline{Z}\right) = Z\cos\varphi \\ X = \mathrm{Im}\left(\overline{Z}\right) = -Z\sin\varphi \end{cases}$$

REMARQUE

Dans certains cas, on utilise la notion d'admittance complexe qui est, tout simplement, l'inverse de l'impédance complexe :

$$\overline{Y} = \frac{1}{\overline{Z}}$$

Exercice 1 Détermination d'une impédance

Un dipôle alimenté par une tension $e(t) = E_{eff}\sqrt{2}\cos\omega t$ est traversé par un courant $i(t) = I_{eff}\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$ avec les valeurs numériques suivantes :

$$E_{eff} = 230\ \text{V},\ \omega = 314\ \text{rad/s},\ I_{eff} = 2\ \text{A et } \varphi = \frac{\pi}{4}$$

Calculer l'impédance réelle et l'impédance complexe de ce dipôle.

Solution

Exprimons les grandeurs complexes associées à la tension et au courant :

$$\overline{E} = E_{eff} \text{ et } \overline{I} = I_{eff}e^{j\varphi}$$

On peut alors immédiatement exprimer l'impédance complexe du dipôle :

$$\overline{Z} = \frac{\overline{E}}{\overline{I}} = \frac{E_{eff}}{I_{eff}e^{j\varphi}} = \frac{E_{eff}}{I_{eff}}e^{-j\varphi} = Ze^{-j\varphi}$$

Application numérique :

$$\overline{Z} = \frac{230}{2}e^{-j\varphi} = 115e^{-j\frac{\pi}{4}}$$

Le module de cette impédance complexe se lit immédiatement dans l'expression :

$$Z = \left|\overline{Z}\right| = 115\ \Omega$$

On peut aussi exprimer les parties résistive et réactive du dipôle :

$$\begin{cases} R = Z\cos\varphi = 115\cos\dfrac{\pi}{4} = 115 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} \approx 81\,\Omega \\[2ex] X = \text{I} - Z\sin\varphi = -115\cos\dfrac{\pi}{4} = -115 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} \approx -81\,\Omega \end{cases}$$

$$\overline{Z} = 81\,\Omega - j81\,\Omega$$

Exercice 2 Calcul d'un courant

Un dipôle d'impédance complexe $\overline{Z}$ est alimenté par une tension $e(t) = E_{eff}\sqrt{2}\cos\omega t$.
On donne : $E_{eff} = 230\ \text{V}$, $\omega = 314\ \text{rad/s}$, $\overline{Z} = R + jX$ avec $R = 10\ \Omega$ et $X = 10\ \Omega$.
Déterminer l'expression du courant $i(t)$ qui traverse le dipôle.

Solution

On sait que le courant $i(t)$ est de la forme $i(t) = I_{eff}\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$.
On a d'une part :

$$I_{eff} = \frac{E_{eff}}{Z} = \frac{E_{eff}}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{230}{\sqrt{10^2 + 10^2}} \approx 16\ \text{A}$$

Et d'autre part :

$$\varphi = -\arg \overline{Z} = -\arctan\frac{X}{R} = -\arctan 1 \approx -0{,}79\ \text{rad}$$

Par conséquent, le courant, exprimé en ampères, est :

$$i(t) = 16\sqrt{2}\cos(\omega t - 0{,}79)$$

Fiche 4 Dipôles passifs linéaires usuels

Les trois dipôles passifs linéaires usuels sont la résistance, le condensateur et la bobine. Ils sont linéaires au sens où leur fonctionnement est régi par une équation différentielle linéaire. La plupart des circuits sont constitués ou modélisés par des associations composées de ces trois dipôles élémentaires. L'objectif de cette fiche consiste à connaître leur fonctionnement et la manière dont on les modélise en régime sinusoïdal.

1. La résistance ou résistor

Le résistor est un dipôle pour lequel la loi de fonctionnement est une simple relation de proportionnalité qui est appelée la loi d'Ohm. Caractérisé par sa résistance R mesurée en ohms (Ω), ce dipôle, s'il présente à ses bornes une tension quelconque $e(t)$, (figure 4.1), est parcouru par un courant $i(t)$ tel que :

$$e(t) = Ri(t)$$

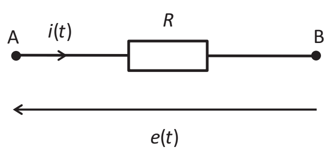

Figure 4.1

En régime sinusoïdal, si on pose $e(t) = E_{eff}\sqrt{2}\cos\omega t$, on aura donc :

$$i(t) = \frac{e(t)}{R} = \frac{E_{eff}\sqrt{2}}{R}\cos\omega t$$

On notera en particulier que le courant n'est pas déphasé par rapport à la tension.

Si on considère le modèle complexe associé à cette loi de fonctionnement, on aura :

$$\overline{I} = \frac{\overline{E}}{R} = \frac{E_{eff}}{R} = I_{eff}$$