



BASES DE CALCUL DES PROBABILITÉS

1. NOTATIONS ENSEMBLISTES EN CALCUL DE PROBABILITÉS	3
Expérience aléatoire, et événements associés	4
Rappels sur les opérations ensemblistes	5
Opérations sur les événements	6
2. CALCUL DES PROBABILITÉS : CAS ÉQUIPROBABLES ET AXIOMES GÉNÉRAUX	10
Le cas équiprobable	10
Rappels de combinatoires	11
Les trois axiomes du calcul des probabilités, et conséquences	13
3. PROBABILITÉS CONDITIONNELLES, INDÉPENDANCE ET THÉORÈME DE BAYES	18
Définition et calcul d'une probabilité conditionnelle	19
Indépendance de deux événements	20
Le théorème de Bayes	21
4. NOTION DE VARIABLE ALÉATOIRE ; LES VARIABLES ALÉATOIRES « DISCRÈTES »	24
Les variables aléatoires : définition générale	24
Variables aléatoires discrètes	25
Lois de Bernoulli, binomiales et géométriques	28
5. LOI DE POISSON	31
Définition et propriétés de la loi de Poisson	32
Applications importantes de la loi de Poisson	33
Addition de deux variables de Poisson	35
Approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson	35

6. LES VARIABLES ALÉATOIRES CONTINUES	37
Densité de probabilité d'une variable continue	37
Loi uniforme, loi exponentielle	41
Cas « hybride » discret-continu	43
7. LOI NORMALE OU LOI DE LAPLACE-GAUSS	44
Définition de la loi normale	44
Tables de la loi normale centrée réduite	46
8. OPÉRATIONS SUR LES VARIABLES ALÉATOIRES	50
Changement de variable linéaire	50
Addition de plusieurs variables aléatoires	51
Distribution du chi-deux	53



BASES DU RAISONNEMENT STATISTIQUE

9. DÉFINITION DE L'ÉCHANTILLON STATISTIQUE, LOIS DES GRANDS NOMBRES, THÉORÈME CENTRAL LIMITE	57
Définitions de l'échantillon	58
Théorème central limite	59
Les lois des grands nombres	62
10. FLUCTUATIONS D'ÉCHANTILLONNAGE DES ESTIMATIONS D'UNE MOYENNE ET D'UNE PROPORTION ; INTERVALLE DE PARI	64
Intervalle de fluctuation (ou de « pari ») d'une moyenne	65
Intervalle de fluctuation (ou de « pari ») d'une proportion	66
11. ÉLÉMENTS DE STATISTIQUE DESCRIPTIVE	68
Variables quantitatives et qualitatives : définitions	69
Paramètres de position d'une distribution	69
Représentations graphiques de la variabilité	71
12. L'ESTIMATION PONCTUELLE, ET PAR INTERVALLE DE CONFIANCE	75
Définitions et qualités d'un estimateur	76
Estimation de la moyenne et de la variance d'une variable quantitative	78
Estimation ponctuelle ; estimation par intervalle ; intervalle de confiance	79
Calcul du nombre de sujets nécessaires pour une estimation de précision donnée	81

13. PRINCIPES DE BASE DU TEST STATISTIQUE : HYPOTHÈSES NULLE ET ALTERNATIVE, RISQUE DE 1^{re} ESPÈCE	83
Éléments d'épistémologie utiles à la compréhension des tests statistiques	84
L'exemple du test d'une proportion, à propos du test de la première loi de Mendel	85
Définitions de l'hypothèse nulle et de l'hypothèse alternative	86
Quand rejette-t-on l'hypothèse nulle ?	86
14. LA PUISSANCE D'UN TEST, ET LE RISQUE DE 2^e ESPÈCE	91
Définition de la puissance d'un test	91
Qu'entend-on par hypothèse alternative « intéressante » ?	95
Variation de la puissance du test en fonction de l'hypothèse alternative	96
15. LES RISQUES D'ERREUR DE CONCLUSION À L'ISSUE D'UN TEST STATISTIQUE	97
Les risques d'erreur quand l'hypothèse nulle ou l'hypothèse alternative est vraie ...	97
La probabilité d'erreur quand le test est « significatif »	98
La probabilité d'erreur quand le test n'est pas significatif	100



PRINCIPAUX TESTS STATISTIQUES

16. TESTS PARAMÉTRIQUES DE COMPARAISON D'UNE MOYENNE, D'UNE VARIANCE, OU D'UNE MÉDIANE AVEC UNE VALEUR DE RÉFÉRENCE	105
Les valeurs « de référence » : une rareté en biomédecine	106
Test de comparaison d'une proportion observée dans un échantillon avec une valeur de référence	106
Tests de comparaison d'une moyenne observée dans un échantillon avec une valeur de référence	107
Comparaison d'une variance à une valeur de référence	108
Intervalle de confiance de l'estimation d'une variance	109
Comparaison d'une valeur médiane (ou d'un quantile) à une valeur de référence ...	110
17. TESTS PARAMÉTRIQUES DE COMPARAISON DE DEUX MOYENNES OU DE DEUX PROPORTIONS	112
Comparaison de deux moyennes sur les grands échantillons	113
Comparaison de deux proportions sur des grands échantillons	117
Comparaison de deux moyennes (petits échantillons)	117
Tests unilatéraux et bilatéraux	119
18. TESTS DE COMPARAISON DE DEUX VARIANCES	121
Loi de la fluctuation d'échantillonnage de l'estimation d'une variance	121
Principe du test de comparaison	122
Pratique du test	123

19. CALCUL DU NOMBRE DE SUJETS NÉCESSAIRES À UNE COMPARAISON DE MOYENNES OU DE POURCENTAGES	125
Nombre de sujets nécessaires pour tester la valeur d'une proportion	126
Nombre de sujets nécessaires pour tester si deux moyennes diffèrent	128
20. TEST DU CHI-DEUX D'ADÉQUATION À UNE DISTRIBUTION THÉORIQUE	131
Fluctuations d'échantillonnage d'une répartition en k catégories	131
Pratique du test d'adéquation	132
21. TEST DU CHI-DEUX APPLIQUÉ AUX TABLEAUX DE CONTINGENCE	135
Tableau de contingence	135
Principe du test du χ^2 d'indépendance	137
Pratique du test d'indépendance de deux variables qualitatives	138
22. ÉTUDE DE LA LIAISON ENTRE DEUX VARIABLES QUANTITATIVES : CORRÉLATION, RÉGRESSION	140
Loi de probabilité d'un couple de variables X, Y	140
Test d'indépendance de deux variables X et Y observées sur un échantillon	143
Régression et prédiction	144
Corrélation partielle	145
23. TESTS NON PARAMÉTRIQUES DE COMPARAISON DE DEUX DISTRIBUTIONS	147
Test de Wilcoxon de comparaison de deux distributions	147
Test de Mann-Whitney	149
24. L'APPARIEMENT ET TESTS CORRESPONDANTS	150
Principe de l'appariement	150
Quand le sujet « est son propre témoin »	152
Autres méthodes d'analyse de données appariées	153

IV

APPLICATIONS ET MÉTHODES

25. L'ÉVALUATION D'UN TEST DIAGNOSTIQUE	159
Sensibilité, spécificité, et valeur prédictive, positive d'un test diagnostique	159
Choix du seuil diagnostique lorsque le critère est continu	162
Approches statistiques nécessaires	164
Mesures de la fréquence d'une maladie	167
Quantification des facteurs de risque	168
Schémas épidémiologiques de recherche des facteurs de risque	170
Recherche de la causalité	172
Les quatre catégories d'essais thérapeutiques	175
Organisation d'un essai thérapeutique randomisé	176

26. IDENTIFICATION ET QUANTIFICATION DES FACTEURS DE RISQUE D'UNE MALADIE	166
Mesures de la fréquence d'une maladie	167
Quantification des facteurs de risque	168
Schémas épidémiologiques de recherche des facteurs de risque	170
Recherche de la causalité	172
27. NOTIONS D'ESSAI THÉRAPEUTIQUE	174
Les quatre catégories d'essais thérapeutiques	175
Organisation d'un essai thérapeutique randomisé	176
28. ÉLÉMENTS DE THÉORIE DE LA DÉCISION	181
Arbres de décision	181
29. NOTIONS D'ANALYSE DE LA MORTALITÉ	185
Éléments d'analyse démographique	185
Éléments d'analyse de la mortalité en épidémiologie clinique	190
30. LA MESURE D'UNE VARIABLE : PRÉCISION, UNITÉS	194
Les composantes de la précision d'une mesure	194
Combien de chiffres significatifs indiquer dans un résultat ?	195
Le système international (SI) d'unités	197
Compléments sur les unités	200
31. RAPPELS MATHÉMATIQUES	203
Séries remarquables	203
Fonctions exponentielle et logarithme	203
32. TABLES STATISTIQUES UTILES	205
Tables 1 – Tables numériques	205
Table 2 – Nombres au hasard	207
Tables 3 – Loi normale	208
Table 4 – Distribution du chi-deux	213
Table 5 – Table du <i>t</i> de Student	214