

|                                       |    |
|---------------------------------------|----|
| <b>Introduction</b> . . . . .         | 19 |
| Charles-Edmond BICHOT, Patrick SIARRY |    |

|   |    |
|---|----|
| <b>Chapitre 1. Introduction générale au partitionnement de graphe</b> . . . . . | 23 |
| Charles-Edmond BICHOT   |    |

|  |    |
|--|----|
| 1.1. Le partitionnement . . . . .  | 23 |
| 1.2. Notions mathématiques . . . . .   | 25 |
| 1.3. Graphes . . . . .   | 27 |
| 1.4. Description formelle du problème du partitionnement de graphe . . . . .         | 31 |
| 1.5. Fonctions objectifs pour le partitionnement de graphe . . . . .                 | 33 |
| 1.6. Le partitionnement contraint . . . . .  | 35 |
| 1.7. Le partitionnement non contraint . . . . .                                      | 37 |
| 1.8. Différences entre partitionnement contraint et non contraint . . . . .          | 39 |
| 1.9. De la bisection au $k$ -partitionnement : la bisection récursive . . . . .      | 39 |
| 1.9.1. Créer une partition avec pour nombre de partie une puissance de 2 . . . . .   | 40 |
| 1.9.2. Créer une $k$ -partition en utilisant la balance de partitionnement . . . . . | 42 |
| 1.10. NP-difficulté des problèmes de partitionnement . . . . .                       | 42 |
| 1.10.1. Le cas du partitionnement contraint . . . . .                                | 42 |
| 1.10.2. Le cas du partitionnement non contraint . . . . .                            | 43 |
| 1.10.2.1. NP-difficulté de la coupe normalisée . . . . .                             | 43 |
| 1.10.2.2. NP-difficulté du ratio de coupe . . . . .                                  | 44 |
| 1.11. Conclusion . . . . .   | 45 |
| 1.12. Bibliographie . . . . .  | 46 |

|   |    |
|---|----|
| <b>PREMIÈRE PARTIE. APPROCHE POUR LE CALCUL NUMÉRIQUE</b> . . . . . | 49 |
|---|----|

|   |    |
|---|----|
| <b>Chapitre 2. La méthode multi-niveaux</b> . . . . . | 51 |
| Charles-Edmond BICHOT                                 |    |

|  |    |
|--|----|
| 2.1. Introduction . . . . .                          | 51 |
| 2.2. Principes de la méthode multi-niveaux . . . . . | 52 |

|  |    |
|--|----|
| 2.3. Contraction du graphe   | 55 |
| 2.3.1. Introduction  | 55 |
| 2.3.2. Appariement d'un graphe   | 56 |
| 2.3.3. L'algorithme de contraction d'Hendrickson-Leland                | 57 |
| 2.3.4. Algorithme de contraction de la plus lourde arête (HEM)         | 57 |
| 2.4. Partitionnement du graphe réduit                                  | 59 |
| 2.4.1. Des méthodes de partitionnement éprouvées                       | 59 |
| 2.4.2. Les méthodes d'expansion de région                              | 60 |
| 2.4.2.1. Description générale  | 60 |
| 2.4.2.2. Graph Growing Partitioning algorithm (GGP)                    | 61 |
| 2.4.2.3. Greedy Graph Growing Partitioning algorithm (GGGP)            | 62 |
| 2.5. Affinage et expansion du graphe                                   | 63 |
| 2.5.1. Présentation de la phase d'affinage et d'expansion du graphe    | 63 |
| 2.5.2. L'algorithme de Kernighan-Lin                                   | 64 |
| 2.5.2.1. Principe général  | 64 |
| 2.5.2.2. L'algorithme  | 65 |
| 2.5.2.3. Améliorations proposées par B. Kernighan et S. Lin            | 67 |
| 2.5.2.4. Complexité  | 67 |
| 2.5.2.5. Parties de tailles différentes                                | 68 |
| 2.5.2.6. Sommets de poids différents                                   | 68 |
| 2.5.2.7. Autres améliorations de l'algorithme de Kernighan-Lin         | 68 |
| 2.5.3. L'implémentation de Fiduccia-Mattheyses                         | 69 |
| 2.5.4. Adaptation au $k$ -partitionnement direct                       | 71 |
| 2.5.5. Global Kernighan-Lin refinement                                 | 71 |
| 2.5.6. Algorithme d'affinage de Walshaw-Cross                          | 73 |
| 2.6. La méthode spectrale  | 75 |
| 2.6.1. Présentation  | 75 |
| 2.6.2. Quelques résultats d'analyse numérique                          | 76 |
| 2.6.3. Trouver les valeurs propres de la matrice Laplacienne du graphe | 78 |
| 2.6.4. Borne inférieure pour le partitionnement de graphe contraint    | 79 |
| 2.6.5. Méthodes spectrales pour le partitionnement contraint           | 80 |
| 2.6.6. Méthodes spectrales pour le partitionnement non contraint       | 81 |
| 2.6.6.1. Le ratio de coupe   | 82 |
| 2.6.6.2. La coupe normalisée   | 82 |
| 2.6.7. Problèmes et améliorations                                      | 82 |
| 2.7. Conclusion  | 83 |
| 2.8. Bibliographie   | 84 |

## Chapitre 3. Le partitionnement d'hypergraphe . . . . . 89

Cédric CHEVALIER

|                                       |    |
|---------------------------------------|----|
| 3.1. Définitions et métriques         | 89 |
| 3.1.1. Hypergraphe et partitionnement | 89 |

|  |     |
|--|-----|
| 3.1.2. Métriques pour le partitionnement d'hypergraphe . . . . .                               | 91  |
| 3.2. Relations entre graphes, hypergraphes et matrices . . . . .                               | 91  |
| 3.3. Algorithmes pour le partitionnement d'hypergraphe . . . . .                               | 93  |
| 3.3.1. Contraction . . . . .   | 93  |
| 3.3.2. Partitionnement initial et affinage . . . . .   | 96  |
| 3.3.3. Affinage . . . . .  | 96  |
| 3.4. Utilisations . . . . .  | 97  |
| 3.4.1. Intérêts du partitionnement d'hypergraphe . . . . .                                     | 97  |
| 3.4.2. Partitionnement de matrices . . . . .   | 98  |
| 3.4.3. Quelques résultats pratiques . . . . .  | 100 |
| 3.4.4. Re-partitionnement . . . . .  | 101 |
| 3.4.5. Utilisation des hypergraphes dans le cadre de partitionnement de<br>maillages . . . . . | 101 |
| 3.4.6. Quelques autres applications . . . . .  | 102 |
| 3.5. Conclusion . . . . .  | 102 |
| 3.6. Ressources logicielles . . . . .  | 103 |
| 3.7. Bibliographie . . . . .   | 103 |

**Chapitre 4. Parallélisation du partitionnement de graphes . . . . .** 107

François PELLEGRINI

|  |     |
|--|-----|
| 4.1. Introduction . . . . .  | 107 |
| 4.1.1. Nécessité du parallélisme . . . . .                           | 107 |
| 4.1.2. Schéma multi-niveaux . . . . .                                | 108 |
| 4.1.2.1. Expansion avec raffinement . . . . .                        | 108 |
| 4.1.2.2. Contraction . . . . .                                       | 109 |
| 4.1.2.3. Partitionnement initial . . . . .                           | 110 |
| 4.2. Structures de données distribuées . . . . .                     | 111 |
| 4.3. Parallélisation de la phase de contraction . . . . .            | 112 |
| 4.3.1. Construction du graphe contracté . . . . .                    | 114 |
| 4.3.2. Algorithmes parallèles d'appariement . . . . .                | 114 |
| 4.3.3. Réduction des collisions au niveau des processus . . . . .    | 115 |
| 4.3.4. Réduction des collisions au niveau des sommets . . . . .      | 116 |
| 4.3.4.1. Appariement par couleurs . . . . .                          | 116 |
| 4.3.4.2. Appariement restreint . . . . .                             | 117 |
| 4.3.4.3. Appariement probabiliste . . . . .                          | 118 |
| 4.4. Repliement . . . . .  | 120 |
| 4.5. Centralisation . . . . .  | 122 |
| 4.6. Parallélisation de la phase de raffinement . . . . .            | 123 |
| 4.6.1. Parallélisation des méthodes locales de raffinement . . . . . | 124 |
| 4.6.1.1. Collision de mouvements . . . . .                           | 124 |
| 4.6.1.2. Exclusion des collisions au niveau des sommets . . . . .    | 125 |
| 4.6.1.3. Exclusion des collisions au niveau des processus . . . . .  | 125 |

|  |            |
|--|------------|
| 4.6.2. Graphes bandes . . . . .  | 127        |
| 4.6.3. Multi-centralisation . . . . .  | 129        |
| 4.6.4. Parallélisation des méthodes globales de raffinement . . . . .                      | 130        |
| 4.6.4.1. Raffinement par algorithmes génétiques . . . . .                                  | 130        |
| 4.6.4.2. Raffinement par méthodes de diffusion . . . . .                                   | 132        |
| 4.7. Résultats expérimentaux . . . . .   | 136        |
| 4.8. Conclusion . . . . .  | 138        |
| 4.9. Bibliographie . . . . .   | 141        |
| <b>Chapitre 5. Placement statique de graphes de processus . . . . .</b>                    | <b>145</b> |
| François PELLEGRINI  |            |
| 5.1. Introduction . . . . .  | 145        |
| 5.2. Modèles de placement statique . . . . .   | 146        |
| 5.2.1. Fonctions de coût . . . . .   | 147        |
| 5.2.2. Hétérogénéité des architectures cibles . . . . .                                    | 150        |
| 5.3. Algorithmes exacts . . . . .  | 152        |
| 5.4. Algorithmes approchés . . . . .   | 154        |
| 5.4.1. Méthodes globales . . . . .   | 154        |
| 5.4.1.1. Méthodes directes . . . . .   | 155        |
| 5.4.1.2. Méthodes par regroupement . . . . .   | 156        |
| 5.4.1.3. Méthodes multi-niveaux . . . . .  | 157        |
| 5.4.2. Méthodes récursives . . . . .   | 158        |
| 5.4.2.1. Structure générale . . . . .  | 158        |
| 5.4.2.2. Séquencement des tâches de bipartition . . . . .                                  | 162        |
| 5.5. Conclusion . . . . .  | 165        |
| 5.6. Bibliographie . . . . .   | 166        |
| <b>Chapitre 6. Résolution de systèmes linéaires creux . . . . .</b>                        | <b>169</b> |
| Laura GRIGORI  |            |
| 6.1. Matrices et graphes . . . . .   | 173        |
| 6.2. Prédiction de structure pour la factorisation LU creuse . . . . .                     | 176        |
| 6.2.1. Le graphe de fusion par lignes pour $A = P_1 L_1 \dots P_{n-1} L_{n-1} U$ . . . . . | 178        |
| 6.2.2. Bornes supérieures exactes pour $PA = LU$ . . . . .                                 | 181        |
| 6.2.3. L'arbre d'élimination par colonnes et l'arbre de fusion par lignes . . . . .        | 182        |
| 6.3. Renumerotation des inconnues pour minimiser le remplissage . . . . .                  | 185        |
| 6.4. Factorisation symbolique . . . . .  | 187        |
| 6.4.1. Algorithme parallèle . . . . .  | 189        |
| 6.5. Factorisation numérique . . . . .   | 192        |
| 6.5.1. Résultats expérimentaux . . . . .   | 194        |
| 6.6. Conclusions . . . . .   | 198        |
| 6.7. Bibliographie . . . . .   | 198        |

|  |     |
|--|-----|
| <b>DEUXIÈME PARTIE. MÉTHODES D'OPTIMISATION</b>                          | 203 |
| <b>Chapitre 7. Métaheuristiques locales et partitionnement de graphe</b> | 205 |
| Charles-Edmond BICHOT  |     |
| 7.1. Introduction générale sur les métaheuristiques                      | 206 |
| 7.2. Le recuit simulé  | 207 |
| 7.2.1. Description de l'algorithme du recuit simulé                      | 208 |
| 7.2.2. Adaptation du recuit simulé à la bisection de graphe              | 210 |
| 7.2.3. Généralisation de cette adaptation au $k$ -partitionnement        | 213 |
| 7.2.4. Bilan de l'adaptation du recuit simulé                            | 214 |
| 7.3. Recherche itérative locale, ILS                                     | 215 |
| 7.3.1. Présentation de la recherche itérative locale                     | 215 |
| 7.3.1.1. Recherche aléatoire   | 216 |
| 7.3.1.2. Recherche itérative locale                                      | 217 |
| 7.3.2. Adaptation naïve de la recherche itérative locale                 | 219 |
| 7.3.2.1. Adaptation  | 219 |
| 7.3.2.2. Évaluation  | 221 |
| 7.3.3. Recherche itérative locale et méthode multi-niveaux               | 223 |
| 7.4. Autres métaheuristiques de recherche locale                         | 225 |
| 7.4.1. Algorithmes gloutons  | 225 |
| 7.4.2. Recherche tabou   | 226 |
| 7.5. Conclusion  | 226 |
| 7.6. Bibliographie   | 227 |
| <b>Chapitre 8. Métaheuristiques à population et fusion-fission</b>       | 231 |
| Charles-Edmond BICHOT  |     |
| 8.1. Les algorithmes de colonies de fourmis                              | 231 |
| 8.2. Les algorithmes évolutionnaires                                     | 233 |
| 8.2.1. Principe des algorithmes génétiques                               | 234 |
| 8.2.1.1. Algorithme  | 234 |
| 8.2.1.2. Opérateurs de diversification                                   | 235 |
| 8.2.1.3. Sélection des individus   | 236 |
| 8.2.1.4. Opérateurs de sélection   | 236 |
| 8.2.1.5. Opérateurs de remplacement                                      | 237 |
| 8.2.2. Processus classique de l'adaptation des algorithmes génétiques    | 238 |
| 8.2.2.1. Fonction d'adaptation ( <i>fitness</i> )                        | 238 |
| 8.2.2.2. Codage de la population   | 238 |
| 8.2.2.3. Opérateur de croisement pour le partitionnement de graphe       | 238 |
| 8.2.2.4. Opérateur de mutation pour le partitionnement de graphe         | 240 |
| 8.2.3. L'adaptation de Bui et Moon                                       | 240 |
| 8.2.3.1. Sélection des parents   | 242 |
| 8.2.3.2. Croisement, mutation et équilibrage                             | 242 |
| 8.2.3.3. Affinage des individus  | 243 |
| 8.2.3.4. Pré-traitement du graphe  | 244 |

|  |     |
|--|-----|
| 8.2.3.5. Évaluation . . . . .  | 244 |
| 8.2.4. Algorithme évolutionnaire multi-niveaux de Soper-Walshaw-Cross      | 245 |
| 8.2.4.1. Codage de la population . . . . .                                 | 246 |
| 8.2.4.2. Algorithme . . . . .  | 247 |
| 8.2.4.3. Les opérateurs de croisement et de mutation . . . . .             | 248 |
| 8.2.4.4. Évaluation . . . . .  | 249 |
| 8.2.5. Autres adaptations des algorithmes évolutionnaires . . . . .        | 249 |
| 8.3. La méthode de fusion-fission . . . . .                                | 251 |
| 8.3.1. Présentation . . . . .  | 251 |
| 8.3.2. Principe de la fusion-fission . . . . .                             | 252 |
| 8.3.3. Algorithme . . . . .  | 254 |
| 8.3.4. Choix de l'algorithme multi-niveaux . . . . .                       | 256 |
| 8.3.5. Création de la séquence des nombres de parties . . . . .            | 257 |
| 8.3.6. Choix de l'algorithme d'affinage . . . . .                          | 258 |
| 8.3.6.1. Utilisation de l'algorithme d'affinage de Walshaw-Cross . . . . . | 259 |
| 8.3.7. Évaluation . . . . .  | 260 |
| 8.3.7.1. Robustesse de la fusion-fission . . . . .                         | 260 |
| 8.3.7.2. Évaluation sur les bancs de test classiques . . . . .             | 262 |
| 8.4. Conclusion . . . . .  | 263 |
| 8.5. Remerciements . . . . .   | 264 |
| 8.6. Bibliographie . . . . .   | 265 |

## **Chapitre 9. Partitionnement des réseaux mobiles en zones tarifaires . . . . .** 269

Mustapha OUGHDI, Sid LAMROUS, Alexandre CAMINADA

|   |     |
|---|-----|
| 9.1. Introduction . . . . .                                       | 269 |
| 9.1.1. Modèle de tarification planifiée . . . . .                 | 269 |
| 9.1.1.1. Modèle de tarification pour une cellule . . . . .        | 270 |
| 9.1.1.2. Fonction objectif du problème d'optimisation . . . . .   | 270 |
| 9.1.1.3. Modèle de comportement des clients . . . . .             | 271 |
| 9.1.2. Modèle de tarification pour un réseau . . . . .            | 272 |
| 9.1.2.1. Adaptation du modèle . . . . .                           | 272 |
| 9.1.2.2. Difficultés techniques et contrainte cognitive . . . . . | 272 |
| 9.1.2.3. Résolution du problème d'extension du modèle . . . . .   | 275 |
| 9.2. Découpage spatial du réseau . . . . .                        | 276 |
| 9.2.1. Définitions . . . . .                                      | 277 |
| 9.2.1.1. Allure d'un profil de demande . . . . .                  | 277 |
| 9.2.1.2. Corrélations de Pearson . . . . .                        | 277 |
| 9.2.1.3. Similitude des profils de demande des cellules . . . . . | 278 |
| 9.2.1.4. Proximité géographique des cellules . . . . .            | 280 |
| 9.2.2. Formalisation du problème de découpage spatial . . . . .   | 280 |
| 9.2.2.1. Fonction objectif pour le partitionnement . . . . .      | 281 |
| 9.2.2.2. Poids et coupe d'une zone . . . . .                      | 281 |
| 9.2.2.3. Normalisation de la matrice des similitudes . . . . .    | 283 |

|  |     |
|--|-----|
| 9.2.3. Résolution du découpage spatial par un algorithme génétique . . . | 284 |
| 9.2.3.1. L'algorithme génétique . . . . .                                | 284 |
| 9.2.3.2. Codage et évaluation des chromosomes . . . . .                  | 285 |
| 9.2.3.3. Génération des individus de la population initiale . . . . .    | 286 |
| 9.2.3.4. Sélection des parents . . . . .                                 | 286 |
| 9.2.3.5. Opérateurs de croisement et de mutation . . . . .               | 287 |
| 9.3. Résultats expérimentaux . . . . .                                   | 288 |
| 9.4. Conclusion . . . . .  | 290 |
| 9.5. Bibliographie . . . . .   | 291 |

**Chapitre 10. Application du partitionnement au découpage aérien . . . . . 293**

Charles-Edmond BICHOT, Nicolas DURAND

|  |     |
|--|-----|
| 10.1. Introduction . . . . .   | 293 |
| 10.2. Le problème du découpage de l'espace aérien . . . . .                    | 295 |
| 10.2.1. La création de blocs d'espace aérien fonctionnels en Europe . . .      | 296 |
| 10.2.2. La création d'un bloc fonctionnel en Europe centrale . . . . .         | 298 |
| 10.3. Modélisation du problème . . . . .                                       | 299 |
| 10.3.1. Charge de contrôle dans un secteur . . . . .                           | 299 |
| 10.3.2. Objectif : minimiser la charge de coordination . . . . .               | 300 |
| 10.3.3. Deux contraintes, les tailles des zones et des centres . . . . .       | 301 |
| 10.3.4. Analyse et traitement des données du trafic aérien européen . . .      | 302 |
| 10.3.5. Graphe du trafic aérien européen et adaptation au partitionnement      | 303 |
| 10.4. Partition de l'espace : vers une nouvelle métaheuristique d'optimisation | 305 |
| 10.5. Découpage de l'espace aérien d'Europe centrale . . . . .                 | 309 |
| 10.6. Conclusion . . . . .   | 313 |
| 10.7. Remerciements . . . . .  | 315 |
| 10.8. Bibliographie . . . . .  | 315 |

**TROISIÈME PARTIE. AUTRES APPROCHES DU PARTITIONNEMENT . . . . . 317**

**Chapitre 11. Application à la segmentation d'images . . . . . 319**

Amir NAKIB, Laurent NAJMAN, Hugues TALBOT, Patrick SIARRY

|  |     |
|--|-----|
| 11.1. Introduction . . . . .   | 319 |
| 11.2. L'image vue sous la forme d'un graphe . . . . .                    | 319 |
| 11.3. Principe de la segmentation d'images via les graphes . . . . .     | 322 |
| 11.3.1. Choix des poids des arcs pour la segmentation . . . . .          | 323 |
| 11.4. Segmentation d'images via <i>les flots maximaux</i> . . . . .      | 325 |
| 11.4.1. <i>Flots maximaux</i> pour la minimisation d'énergie . . . . .   | 325 |
| 11.4.2. Surfaces et géodésiques minimales . . . . .                      | 328 |
| 11.4.2.1. L'approche de la géométrie différentielle . . . . .            | 328 |
| 11.4.3. Surfaces et géodésiques minimales via les flots maximaux . . . . | 331 |
| 11.4.4. Flots maximaux continus . . . . .                                | 333 |

|  |     |
|--|-----|
| 11.5. Unification de méthodes de segmentation via la théorie des graphes . . . . . | 334 |
| 11.6. Conclusions et perspectives . . . . .  | 338 |
| 11.7. Bibliographie . . . . .  | 340 |

## **Chapitre 12. Distances pour le partitionnement de graphe . . . . . 345**

Alain GUÉNOCHE

|  |     |
|--|-----|
| 12.1. Introduction . . . . .   | 345 |
| 12.2. La distance de Dice . . . . .                                      | 347 |
| 12.2.1. Deux extensions aux graphes pondérés . . . . .                   | 349 |
| 12.2.1.1. Les pondérations sont des probabilités . . . . .               | 349 |
| 12.2.1.2. Les pondérations sont des intensités . . . . .                 | 351 |
| 12.3. La distance de Pons-Latapy . . . . .                               | 352 |
| 12.4. Une méthode de partitionnement pour tableaux de distance . . . . . | 354 |
| 12.5. Un protocole de simulation . . . . .                               | 357 |
| 12.5.1. Un générateur de graphes aléatoires . . . . .                    | 357 |
| 12.5.2. Qualité de la partition obtenue . . . . .                        | 358 |
| 12.5.2.1. L'indice de Rand corrigé par Hubert & Arabie . . . . .         | 358 |
| 12.5.2.2. Distance des transferts . . . . .                              | 359 |
| 12.5.2.3. La modularité de Newman . . . . .                              | 361 |
| 12.5.3. Résultats . . . . .  | 361 |
| 12.5.3.1. Graphes non pondérés . . . . .                                 | 362 |
| 12.5.3.2. Graphes pondérés . . . . .                                     | 363 |
| 12.6. Conclusions . . . . .  | 364 |
| 12.7. Remerciements . . . . .  | 364 |
| 12.8. Bibliographie . . . . .  | 365 |

## **Chapitre 13. Détection de communautés, disjointes ou chevauchantes, dans les réseaux . . . . . 369**

Jean-Baptiste ANGELELLI, Alain GUÉNOCHE, Laurence REBOUL

|   |     |
|---|-----|
| 13.1. Introduction . . . . .                                      | 370 |
| 13.2. La modularité des partitions et des recouvrements . . . . . | 372 |
| 13.3. Méthode de partitionnement . . . . .                        | 375 |
| 13.3.1. Fusion et/ou fissions de classes . . . . .                | 375 |
| 13.3.2. Complexité de l'algorithme . . . . .                      | 376 |
| 13.3.3. Simulations . . . . .                                     | 377 |
| 13.3.3.1. Les graphes . . . . .                                   | 377 |
| 13.3.3.2. Les critères . . . . .                                  | 377 |
| 13.3.3.3. Résultats . . . . .                                     | 378 |
| 13.4. Méthode de recouvrement . . . . .                           | 380 |
| 13.4.1. Algorithme de fusion . . . . .                            | 381 |
| 13.4.2. Simulations . . . . .                                     | 383 |



|  |            |
|--|------------|
| 13.5. Conclusion . . .   |            |
| 13.6. Remerciements . . . . .  | 386        |
| 13.7. Bibliographie . . . . .  | 386        |
| <b>Chapitre 14. Optimisation locale multi-niveaux de la modularité . . . . .</b> | <b>389</b> |
| Thomas AYNAUD, Vincent BLONDEL, Jean-Loup GUILLAUME,<br>Renaud LAMBIOTTE         |            |
| 14.1. Introduction . . . . .   | 389        |
| 14.2. Préliminaires sur la modularité . . . . .                                  | 391        |
| 14.3. Optimisation de la modularité . . . . .                                    | 393        |
| 14.3.1. Méthodes existantes . . . . .  | 393        |
| 14.3.2. Limitations connues . . . . .  | 394        |
| 14.3.3. La méthode de Louvain . . . . .  | 396        |
| 14.3.3.1. Première phase . . . . .   | 397        |
| 14.3.3.2. Deuxième phase . . . . .   | 397        |
| 14.3.4. Gain de modularité . . . . .   | 398        |
| 14.3.4.1. Supprimer un sommet de sa communauté . . . . .                         | 398        |
| 14.3.4.2. Insérer un sommet dans une communauté . . . . .                        | 399        |
| 14.3.5. Convergence de l’algorithme . . . . .                                    | 400        |
| 14.3.5.1. Complexité théorique . . . . .   | 400        |
| 14.3.5.2. Modèles par copie . . . . .  | 401        |
| 14.4. Validation sur des graphes artificiels et empiriques . . . . .             | 401        |
| 14.4.1. Graphes artificiels . . . . .  | 403        |
| 14.4.2. Graphes réels . . . . .  | 406        |
| 14.5. Discussion . . . . .   | 408        |
| 14.5.1. Influence de l’ordre de traitement des sommets . . . . .                 | 409        |
| 14.5.2. Communautés intermédiaires . . . . .                                     | 409        |
| 14.5.2.1. Résolution limite . . . . .  | 410        |
| 14.5.2.2. Redécomposition des communautés intermédiaires . . . . .               | 410        |
| 14.5.2.3. Modèle de Sales-Pardo . . . . .  | 412        |
| 14.5.3. Améliorations possibles . . . . .  | 414        |
| 14.5.3.1. Optimisation partielle . . . . .                                       | 414        |
| 14.5.3.2. Suppression des feuilles . . . . .                                     | 415        |
| 14.5.3.3. Déplacement des sommets . . . . .                                      | 415        |
| 14.5.3.4. Retour à des niveaux inférieurs . . . . .                              | 415        |
| 14.5.3.5. Recuit simulé . . . . .  | 417        |
| 14.5.4. Utilisations connues . . . . .   | 417        |
| 14.5.4.1. Analyse de grands graphes . . . . .                                    | 417        |
| 14.5.4.2. Application à d’autres fonctions de coût . . . . .                     | 418        |
| 14.6. Conclusion . . . . .   | 418        |
| 14.7. Remerciements . . . . .  | 419        |
| 14.8. Bibliographie . . . . .  | 419        |

|   |     |
|---|-----|
| A. Les principaux outils et bancs de test pour le partitionnement de graphe | 423 |
| A.1. Les outils pour le partitionnement contraint                           | 424 |
| A.1.1. Chaco  | 424 |
| A.1.2. Metis  | 425 |
| A.1.3. Scotch   | 425 |
| A.1.4. Jostle   | 426 |
| A.1.5. Party  | 426 |
| A.2. Les outils pour le partitionnement non contraint                       | 426 |
| A.2.1. Graclus  | 427 |
| A.3. Bancs de test du partitionnement de graphe                             | 427 |
| A.3.1. Archives du partitionnement de graphe de C. Walshaw                  | 427 |
| A.3.2. Autres bancs de test   | 429 |
| A.4. Bibliographie  | 430 |
| <b>Glossaire</b>  | 433 |
| <b>Index</b>  | 437 |